

ÉLÉMENTS DE CORRECTION

I- Analyses fonctionnelle et structurelle

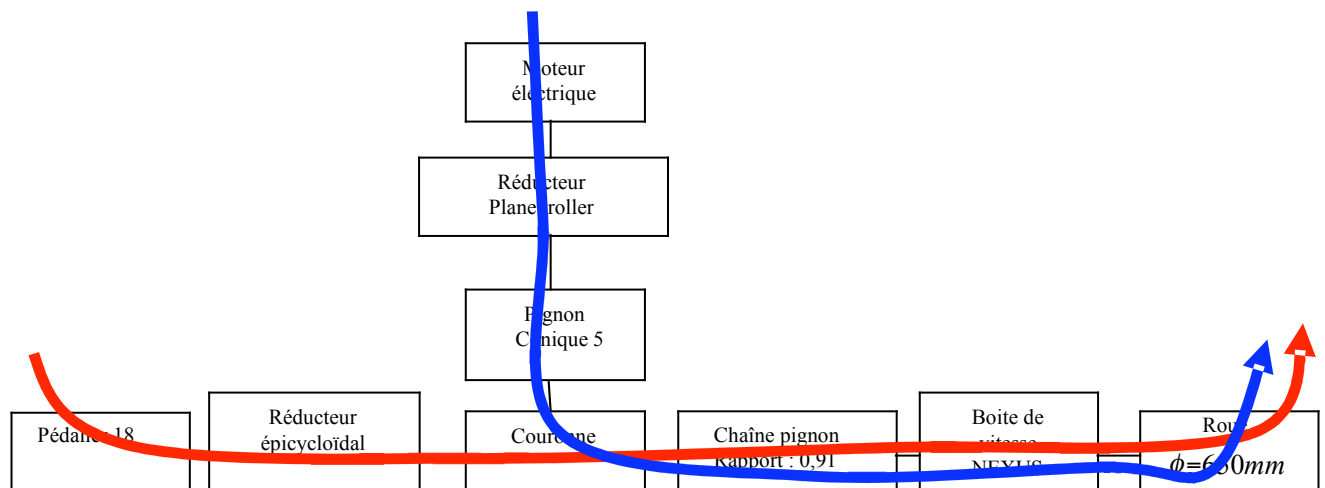
I-A Analyse fonctionnelle

I.A.1 - À partir du dessin d'ensemble de la partie opérative du système **P.A.S. (DT1)** et en exploitant les informations données (présentation, dossier ressources,...), compléter les diagrammes FAST relatifs aux fonctions de service **FS1** et **FS2**.

VOIR DOCUMENT RÉPONSE DR1.

I.B Analyse de la structure de la transmission de la puissance

I.B.1 - En utilisant les outils de communication technique de votre choix, distinguer les flux de puissance qui circulent dans le système "vélo électrique" en fonctionnement avec assistance.



Le synoptique de la chaîne cinématique du système PAS

I.B.2 - Préciser les rôles respectifs de chacune des deux roues libres intervenant dans les chaînes cinématiques. Proposer une justification à la réalisation du train épicycloïdal "Planet Roller" par des roues de friction. De plus, préciser quel est le composant de la transmission de puissance sur lequel s'effectue la somme des puissances motrices.

La roue libre à galets est un composant de sécurité : elle transmet la puissance d'appoint au pignon d'attaque 5 lors de l'assistance mais évite d'endommager le moteur électrique en supprimant l'entraînement de son rotor par le cycliste lorsque l'assistance est nulle.

La roue libre à cliquets transmet le couple de pédalage du cycliste à la came 16 du capteur de couple mais ne le transmet pas en cas de rétropédalage. Elle évite que le moteur n'entraîne le pédalier à une vitesse supérieure à celle imposée par le cycliste.

La justification d'un train planétaire à galets composé des planétaires **1** et **0**, du porte satellite **2** et du satellite **27** peut s'appuyer sur les hypothèses suivantes :

- empêcher la détérioration du moteur en cas de blocage intempestif de la couronne **23** lors d'un freinage brusque en permettant un glissement entre les satellites **27** et les planétaires ;
- éviter le taillage de dentures dont les dimensions sont réduites ;
- réduire les bruits résultant de l'engrènement.

La couronne **23** s'impose comme un composant central de la transmission de puissance puisqu'elle effectue l'addition des puissances motrices.

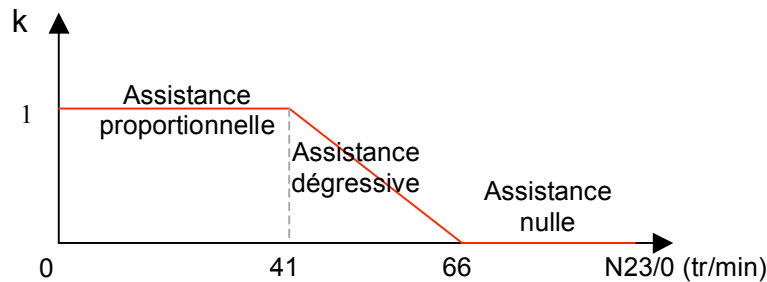
I.C Gestion de l'assistance

I.C.1 - Exprimer la loi de commande k présentée ci-dessus en fonction de la vitesse de la couronne $\omega_{23/0}$ (exprimée en tours par minute) et représenter l'évolution de cette loi.

Nous avons $\frac{\omega_{23/0}}{\omega_{nex/0}} = \frac{Z_{nex}}{Z_{23a}}$ et $\frac{\omega_{roue}}{\omega_{nex/0}} = R_i = 0,54$, donc : $\frac{\omega_{23/0}}{\omega_{roue/0}} = \frac{Z_{nex}}{Z_{23a}} \frac{1}{0,54}$, d'où $\omega_{23/0} = 0,590\omega_{roue/0}$.

La loi de commande gérée par le calculateur est donc indépendante de la vitesse sélectionnée et s'exprime uniquement en fonction de la vitesse de rotation de la couronne 23.

À partir de l'expression précédente, la loi de commande s'exprime en fonction de $N_{23/0}$:



L'assistance est maximale au démarrage permettant un pédalage plus aisé et l'assistance est dégressive dans la zone de pédalage optimum.

I.D Mesure des paramètres agissant sur la commande du système

I.D-1.1 - Exprimer la pulsation angulaire $\omega_{23/0}$ en fonction de n , p et Δt où p représente le pas angulaire de la couronne 23.

Le calculateur définit la fréquence de rotation : $\omega_{23/0} = 2\pi \cdot \frac{n \cdot p}{\Delta t}$.

Où p est l'écart angulaire entre deux dents et Δt (10 ms) est le temps de cycle du

calculateur.

I.D-1.2 - Préciser les avantages et les inconvénients d'une telle méthode de mesure de vitesse de rotation. Cette mesure de la vitesse de la couronne **23** prend-elle en compte la position du sélecteur de vitesse ? Ce choix est-il pertinent ?

Avantage : Méthode simple et peu onéreuse.

Inconvénients : problème en basse vitesse ; nécessite un calculateur ou un circuit intégré permettant de fournir une information image de la vitesse.

Le choix ne paraît pas pertinent aux vues du cahier des charges. En effet, la vitesse de 15km/h pour une assistance à $k=1$ est indifférente de la position du sélecteur de vitesse. Par conséquent, ce choix peut paraître étrange.

I.D-1.3 - Commenter l'allure du signal en sortie du détecteur.

Le signal obtenu est un peu différent d'un signal créneau. Ceci est essentiellement dû à l'effet de dent de la couronne **23** et de la bande passante du détecteur inductif **24**.

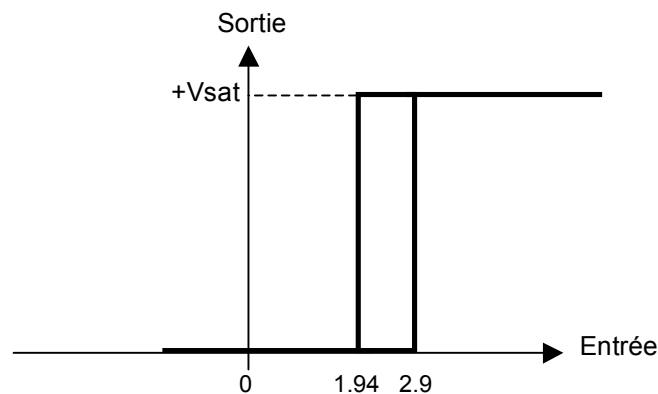
I.D-1.4 - Déterminer le nom et le rôle des fonctions des montages 1 et 2.

Montage 1 : Trigger de Schmitt ; détecteur de seuil.

Montage 2 : Diode ; écrêteur de seuil négatif.

I.D-1.5 - Déterminer la loi d'entrée-sortie de ce montage. Vous préciserez les points remarquables de cette loi.

$$\text{Nous avons : } V_{B^+} = V_{\text{ref}} \frac{R_2}{R_1 + R_2} + V_{\text{sat}} \frac{R_1}{R_1 + R_2} \text{ et } V_{B^-} = V_{\text{ref}} \frac{R_2}{R_1 + R_2} - V_{\text{sat}} \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$



I.D-1.6 - Commenter l'allure du signal. Justifier les différences par rapport au signal idéal.

L'allure du signal correspond bien à la sortie d'un trigger de Schmitt. Cependant, on peut remarquer la valeur maximale légèrement inférieure à V_{sat} . Ceci est dû à la tension de déchet de l'AOP. De plus, le niveau logique « 0 » est représenté par la tension de seuil de la diode **D**. Il apparaît, qu'il s'agit d'une diode au silicium, car la tension de seuil est de 0,7V.

I.D-2.1 - On suppose que l'action du cycliste sur chacune des pédales est représentée par un glisseur de direction verticale (portée par \vec{y}_0) et de résultante F_p . Exprimer le couple C_p exercé par le cycliste sur l'axe du pédalier **18** en fonction de F_p , L_p et γ . On suppose pour la suite de cette partie que le couple de pédalage varie de 0 à 24,5 N.m.

$$C_p = F_p L_p |\sin \gamma|.$$

I.D-2.2 - En isolant successivement le satellite **19**, puis le planétaire **16**, déterminer la norme de l'action de l'ensemble constitué par {ressort **29**, guide **31**, galet **16c**} sur **16** en fonction de C_p et des paramètres géométriques.

On pose $\vec{R}_{23 \rightarrow 19} = R_I \vec{u}$, $\vec{R}_{16 \rightarrow 19} = R_J \vec{u}$ et $(\vec{x}, \vec{u}) = \alpha = 20^\circ$ (angle de pression).

Par application du principe fondamental et sous l'hypothèse de liaisons parfaites, on obtient :

$$\left\{ \vec{9} \rightarrow 19 \right\} = \left\{ \vec{0} \right\} \text{ d'où l'on déduit } \vec{R}_{(19 \rightarrow 19)} = \vec{0} = \vec{R}_{20 \rightarrow 19} + \vec{R}_{23 \rightarrow 19} + \vec{R}_{16 \rightarrow 19}$$

$$\vec{M}(A, \vec{19} \rightarrow 19) \cdot \vec{z} = 0 = (\vec{M}(A, 20 \rightarrow 19) + \vec{AI} \wedge \vec{R}_{23 \rightarrow 19} + \vec{AJ} \wedge \vec{R}_{16 \rightarrow 19}) \cdot \vec{z}$$

Soit finalement $R_I = R_J$ et $\vec{R}_{20 \rightarrow 19} = -2 R_I \vec{u}$.

De même, l'équilibre de 20 donne $R_I = \frac{C_p}{2(r_{16} + r_{19}) \cos \alpha}$, et l'équilibre de 16 permet

$$\text{d'écrire : } F_R = \frac{r_{16} R_J \cos \alpha}{d \cos \beta} = \frac{r_{16}}{r_{16} + r_{19}} \frac{C_p}{2 d \cos \beta}.$$

I.D-2.3 - Établir la relation liant ΔL à la rotation $\Delta \beta$ de **16**.

De $\Delta L = L_\beta - L_{\beta_0} = d(\cos \beta - \cos \beta_0)$ avec $d = OM = 56,54$ mm, $\beta_0 = 84^\circ$, $L_{\beta_0} = 51,69$ mm.

On en déduit la relation liant β au couple de pédalage C_p :

$$\text{De } F_R = K \Delta L \text{ on tire } Kd(\cos \beta - \cos \beta_0) = \frac{r_{16} R_J \cos \alpha}{d \cos \beta} = \frac{r_{16}}{r_{16} + r_{19}} \frac{C_p}{2 d \cos \beta} \text{ d'où l'on}$$

déduit :

$$\cos \beta = \frac{1}{2} \left[\cos \beta_0 - \sqrt{\cos^2 \beta_0 + \frac{4 r_{16}}{r_{16} + r_{19}} \frac{C_p}{2 K d}} \right]$$

Cette relation permet de calculer l'intervalle de variation de β pour un intervalle de variation du couple de pédalage en Nm de $[0, 24,5]$: $\Delta \beta \approx 13^\circ$.

I.D-2.4 - Établir la relation liant la rotation $\Delta \beta$ à la rotation du potentiomètre $\Delta \theta$ et faire l'application numérique.

On exprime le déplacement du point de contact R d'une part dans le plan de 16:

$$\tan \Delta \beta = \frac{R_0 R_1}{OR_0} \text{ et d'autre part dans le plan du potentiomètre } \tan \Delta \theta = \frac{R_0 R_1}{SR_0}.$$

On en déduit $\tan \Delta\theta = \frac{OR_0}{SR_0} \tan \Delta\beta = \frac{40}{21} \tan 13^\circ = 0,439$ d'où $\Delta\theta = 23,78^\circ$.

I.D-2.5 - Établir la relation liant la tension u_m à la tension u_a , R et θ . Conclure quant à la linéarité de la relation entre u_m et C_p .

On obtient $u_M = u_a \cdot \frac{R \cdot \frac{\theta}{2\pi}}{R} = u_a \cdot \frac{\theta}{2\pi}$ avec θ en radians. Il apparaît aux vues des équations déterminées précédemment en I.D-2.3 et I.D-2.4 que le capteur de couple de pédalage ne se comporte pas comme un système linéaire.

II. Étude d'un modèle de simulation

II.A.1 - Le modèle proposé ci dessus, permet-il de dire que le système est asservi ? Justifier votre réponse.

Le système n'est pas asservi en vitesse, ni en couple. Il fonctionne en boucle ouverte.

II.A.2 - Sur le document **DR2** et en utilisant le résultat de la question **I.D-2.1**, proposer un signal d'entrée permettant de simuler le couple de pédalage C_p fourni par le cycliste. En se plaçant dans la situation où le cycliste a choisi la première vitesse ($R_I=1$), compléter sur le document **DR2** les fonctions de transfert des blocs 1 à 7. Pour cela, on donne :

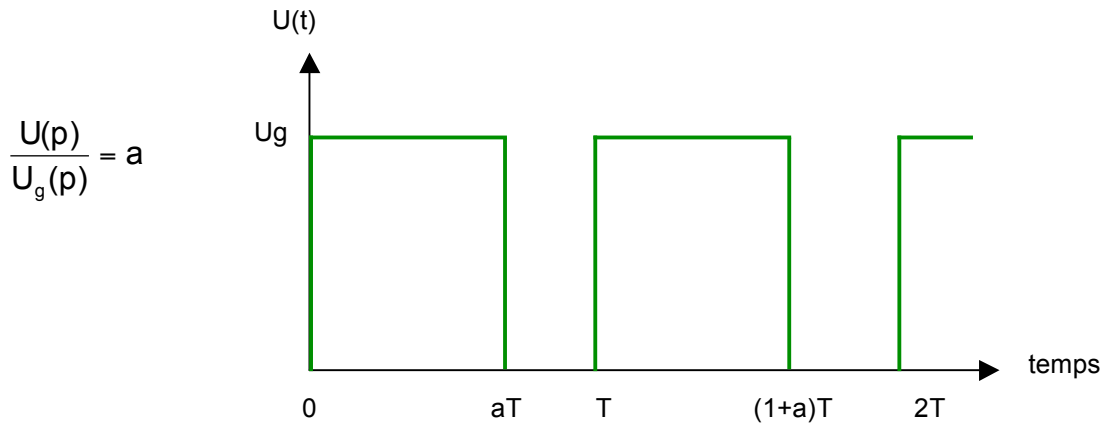
$$\frac{\omega_{23}}{\omega_{18}} = 1,478 \quad \frac{\omega_{nex}}{\omega_{23}} = 1,09 \quad \frac{\omega_{23}}{\omega_1} = 28.10^{-3} \quad \frac{\omega_{nex} R_I}{\omega_{roue}} = 1$$

VOIR DOCUMENT RÉPONSE DR2.

II.B Étude du modulateur d'énergie

II.B.1 - Tracer l'allure de la tension aux bornes du moteur $U(t)$ pour 2 périodes complètes de la commande (on se place dans le cas d'une conduction continue du courant). En déduire la fonction de transfert $\frac{U(p)}{U_g(p)}$ en fonction de a , où $U(p)$

représente la valeur moyenne de la tension aux bornes du moteur, a le rapport cyclique et $U_g(p)$ la tension fournie par la batterie.



II.B.2 - Une détermination précise permet d'obtenir une fonction de transfert de la forme $\frac{U(p)}{U_{commande}(p)} = \frac{a}{1 + \frac{T}{2}p}$. Justifier cette fonction de transfert.

Cette fonction de transfert est déterminée en tenant compte du retard de la sortie par rapport à la commande. Ce retard est estimé en moyenne à la moitié de la période de commande. Un développement limité au premier ordre permet donc d'obtenir cette fonction de transfert.

II.B.3 - À partir des questions **II.B.1** et **II.B.2**, choisir la fonction de transfert du modulateur d'énergie. Justifier votre choix en précisant vos critères.

Au vu de la dynamique du système, il n'est pas nécessaire de prendre en compte le retard introduit par la commande du hacheur. Par conséquent, on adopte un simple gain statique.

II.C Modélisation de la Machine à courant continu

II.C.1 - Compléter le schéma bloc de la MCC sur le document **DR3**.

VOIR DOCUMENT RÉPONSE DR3.

II.C.2 - Déterminer la fonction de transfert $\frac{\Omega(p)}{U(p)}$ de la MCC.

$$\frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{K_e}{K_e K_t + (R + Lp)(Jp + f)}$$

II.C-1 Identification paramétrique

II.C-1.1 - À partir du tableau ci dessus, déterminer la résistance R et le coefficient de fem K_e exprimé en $V/\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$. En déduire la valeur du coefficient K_t en $\text{N}\cdot\text{m}/\text{A}$. Un essai avec un ohmmètre numérique (rotor fixe) a permis de mesurer la résistance d'induit R et a indiqué 4Ω . Justifier l'écart part rapport à la valeur déterminée.

À partir de deux points du tableau, par exemple (2984, 14,8) et (2857, 16,5) on

$$24 = K_e 2\pi \frac{2984}{60} + 14,8R$$

obtient le système:

$$24 = K_e 2\pi \frac{2857}{60} + 16,5R$$

D'où :

$$K_e = 0,056 \text{ V / rad / s}$$

$$R = 0,438 \Omega$$

L'écart provient du fait de la résistance balai-collecteur qui dépend de la position du collecteur par rapport au balai. Cette méthode est une méthode inappropriée pour déterminer la résistance R.

K_t est numériquement égal à K_e .

II.C-1.2 - Écrire l'équation différentielle vérifiée par le courant d'induit $i(t)$ pendant la phase de conduction de l'interrupteur K. Quelle hypothèse faut-il adopter pour que la solution de cette équation différentielle soit une solution affine ?

$U_g = E + r i(t) + L \frac{di(t)}{dt}$ Cette équation admet une solution affine en négligeant la résistance R.

II.C-1.3 - On suppose dans cette question et la suivante que l'hypothèse précédente est vérifiée. Déterminer dans ces conditions l'expression de l'ondulation ΔI du courant d'induit en fonction de U_g , L , a et T ($\Delta I = I_{max} - I_{min}$ avec I_{max} et I_{min} représentant les valeurs maximale et minimale du courant d'induit). Démontrer que l'ondulation ΔI est maximale pour $a = \frac{1}{2}$.

$$\Delta I = \frac{U_g a (1 - a)}{L f}$$

L'ondulation est maximale pour $\frac{d\Delta I}{da} = 0$, soit pour $2a - 1 = 0$, donc pour $a = \frac{1}{2}$.

II.C-1.4 - Quel est le rôle de l'inductance L_b de la bobine ? Quelle est la conséquence d'une inductance L faible sur le "vélo électrique" ? On désire une ondulation maximale ΔI du courant d'induit de 0,2A. Déterminer la valeur de l'inductance L_b à insérer dans le circuit d'induit.

Le rôle de L_b est de limiter l'ondulation du courant dans le moteur. Si l'inductance totale L est faible sur le vélo électrique, il peut apparaître des ondulations de couple qui peuvent être désagréable pour le cycliste.

En déterminant la pente lorsque le courant croît, il est possible de déterminer la valeur de l'inductance. En effet, cette pente est égale à $\left(\frac{U_g - K_e \Omega}{L_m} \right)$ Par conséquent,

si l'on connaît U_g , K_e , Ω , il est possible de déterminer la valeur de l'inductance d'induit L_m .

Calcul de la pente :

Ondulation de courant ΔI : 0,14 V soit 0,14 A

Temps de montée du courant : $\alpha T = 50 \mu s$

$$d' \text{ où le résultat: } \text{pente} = \frac{0,14}{50 \cdot 10^{-6}} = 2800 \text{ A/s}$$

Détermination de E :

$$E = K_e \Omega = \frac{K_e 2\pi N}{60} = \frac{0,056 \cdot 2\pi \cdot 2500}{60} = 14,66 \text{ V}$$

Calcul de l'inductance L_m :

$$L_m = \frac{U_g - E}{\text{pente}} = \frac{24 - 14,66}{2800} = 4 \text{ mH}$$

Pour avoir une ondulation maximale de 0,2A, il faut :

$$L = L_m + L_b = \frac{U_g}{4 \Delta I f} = 18,2 \text{ mH}$$

$$D'où \quad L_b = 14,2 \text{ mH}$$

II.C-1.5 - Justifier a posteriori l'hypothèse faite à la question II.C-1.2.

Pour que l'hypothèse soit vérifiée, il faut que $\frac{L_m}{R} \gg T$, dans notre cas,

$$\frac{L_m}{R} = 9,1 \text{ ms} \gg T = 60 \mu s.$$

II.C-1.6 - Dans cette question, on néglige le coefficient de frottement visqueux et on prend le moment d'inertie équivalent J ramené à l'arbre moteur égal à $0,6 \cdot 10^{-2} \text{ kg.m}^2$.

Déterminer numériquement la fonction de transfert $H_{\text{identParam}}(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)}$.

$$H_{\text{identParam}}(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{17,857}{1 + 0,838 p + 0,0348 p^2}$$

II.C-2 Identification fréquentielle

II.C-2.1 - Quelle précaution faut-il prendre pour déterminer la fonction de transfert de la machine à courant continu ?

Il faut s'assurer qu'il n'y ait pas de couple résistant.

II.C-2.2 - À partir du premier relevé fréquentiel fourni sur le DT5 Figure 1, déterminer la valeur du gain G de la fonction de transfert en justifiant la fréquence choisie.

La fréquence choisie est très faible afin de pouvoir déterminer le gain statique. En effet, à cette fréquence, les modes du système ne sont pas excités. Pour cela, on a choisi $f = 0,01 \text{ Hz}$.

$$G = \frac{2\pi(1153 - 776)}{8,1 - 5,7} = 16,45 \text{ rad/s/V}$$

II.C-2.3 - À partir du second relevé fréquentiel fourni sur le **DT5** Figure 2 et après avoir déterminé la fréquence de cet essai, trouver la valeur du déphasage $\Delta\varphi$ et du gain G' à cette fréquence.

Pour cet essai, $\omega=3,14 \text{ rd s}^{-1}$ et $\varphi=50^\circ$. De $\tan\varphi = -\omega T$ on tire $T=0,382 \text{ s}$.

$$G' = \frac{2, \pi, (1080 - 860)}{8,1 - 5,7} = 9,6 \text{ rad/s/V}$$

II.C-2.4 - Déterminer numériquement la fonction de transfert $H_{\text{identFreq}}(p)$.

$$H_{\text{identFreq}}(p) = \frac{16,45}{1 + 0,382p}$$

II.D Choix des fonctions de transfert et Synthèse

II.D.1 - Comparer et analyser les résultats des deux identifications précédentes. Prendre une décision quant au modèle à retenir. Compléter le document **DR2** avec la fonction de transfert retenue.

En prenant la fonction de transfert déterminée par identification des paramètres, il est possible de la mettre sous la forme d'un produit de 2 fonctions de transfert du

premier ordre tel que : $H(p) = 17,857 \cdot \frac{1}{1 + 0,044 p} \cdot \frac{1}{1 + 0,794 p}$

En ce qui concerne les gains statiques, on peut dire qu'ils sont proches (moins de 8% d'erreur).

Pour les constantes de temps mécanique, il apparaît un rapport proche de 2. Les hypothèses faites doivent être remises en cause (coefficient de frottement visqueux non nul, évaluation des inerties, modélisation par un premier ordre).

II.D.2 - Afin d'améliorer la représentation du modèle en vue de déterminer la loi de commande implantée dans le calculateur, proposer un bloc permettant de modéliser la roue libre 5b et préciser ses caractéristiques. Achever de compléter le document **DR3**. Justifier le choix du modulateur d'énergie vis à vis des réversibilités en tension et en courant.

Le choix du modulateur est un hacheur série un quadrant, c'est-à-dire non réversible ni en tension ni en courant. Pour la réversibilité en tension, le choix est logique, car le moteur tournera toujours dans le même sens de rotation. En ce qui concerne la réversibilité en courant, le moteur à courant continu restera alimenté malgré la non assistance, par conséquent, il est devrait être entraîné en rotation. Cependant, la roue libre **5b** permet à la MCC de tourner à sa vitesse nominale, et de fournir

l'énergie suffisante pour vaincre le couple associé aux pertes. Par conséquent, il n'est pas nécessaire d'installer un hacheur réversible en courant.

III. Validation de la fonction de service FS1

III.A Détermination de la puissance résistante s'appliquant à la roue arrière

III.A.1 - Exprimer la condition de roulement sans glissement au niveau des roues. En déduire l'expression des taux de rotation $\omega_{1'/0}$ et $\omega_{2'/0}$ en fonction de \mathbf{V} et de d_{roue} .

La vitesse de glissement en A s'exprime par:

$$\vec{V}(A,1'/0) = \vec{V}(O_1,1'/0) + \overrightarrow{AO_1} \wedge \omega_{1'/0} \vec{Z} = \left(\mathbf{V} + \frac{d_{roue} \omega_{1'/0}}{2} \right) \vec{X}$$

Son annulation fournit la relation cherchée : $\omega_{1'/0} = \omega_{2'/0} = -2 \frac{V}{d_{roue}}$.

III.A.2 - Déterminer par application des théorèmes généraux et/ou du théorème de l'énergie cinétique la relation liant \mathbf{C}_{nex} , \mathbf{M}_e , \mathbf{F}_a , d_{roue} , δ et α . Le ou les systèmes isolés seront préalablement définis, les théorèmes utilisés et les hypothèses complémentaires jugées nécessaires seront indiqués.

Bilan des actions mécaniques extérieures appliquées au système :

- Action de la pesanteur sur E en G :

$$\{pes \rightarrow E\} = \left\{ \begin{array}{c} -M_e g \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_G$$

- Action de la résistance à l'air sur E en C :

$$\{air \rightarrow E\} = \left\{ \begin{array}{c} -F_a \vec{x} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_C$$

- Action du sol sur la roue avant en B :

$$\{sol \rightarrow 2'\} = \left\{ \begin{array}{c} N_B \vec{y} + T_B \vec{x} \\ \delta N_B \vec{z} \end{array} \right\}_B$$

- Action du sol sur la roue arrière en A :

$$\{sol \rightarrow 1'\} = \left\{ \begin{array}{c} N_A \vec{y} + T_A \vec{x} \\ \delta N_A \vec{z} \end{array} \right\}_A$$

- Systeme isolé : E

Théorème de la résultante appliqué à E projetée sur les axes :

$$\begin{cases} / \vec{x} : & -M_e g \sin \alpha - F_a + T_B + T_A = 0 \\ / \vec{y} : & -M_e g \cos \alpha + N_B + N_A = 0 \end{cases}$$

- Système isolé : {roue avant: 2'}

Théorème du moment appliqué à la roue avant en O2 :

$$/ \vec{z} : \quad \delta N_B + \frac{1}{2} d_{roue} T_B = 0$$

- Système isolé : {roue arrière: 1'}

Théorème du moment appliqué à la roue arrière en O1 :

$$/ \vec{z} : \quad C_{nex} + \delta N_A + \frac{1}{2} d_{roue} T_A = 0$$

- Récapitulatif des équations précédentes :

$$\begin{cases} -M_e g \sin \alpha - F_a + T_B + T_A = 0 \\ -M_e g \cos \alpha + N_B + N_A = 0 \\ \delta N_B + \frac{1}{2} d_{roue} T_B = 0 \\ C_{nex} + \delta N_A + \frac{1}{2} d_{roue} T_A = 0 \end{cases}$$

- Expression du couple exercé sur la roue par la boîte de vitesse :

$$C_{nex} = - \left\{ M_e g \left(\frac{d_{roue}}{2} \sin \alpha + \delta \cos \alpha \right) + \frac{d_{roue}}{2} F_a \right\} = - \left\{ M_e g \left(\frac{d_{roue}}{2} \sin \alpha + \delta \cos \alpha \right) + \frac{d_{roue}}{4} C_{x\rho} S V^2 \right\}$$

III.A.3 - En déduire la puissance développée par la boîte de vitesse sur la roue arrière P_r en fonction de C_{nex} , V , d_{roue} .

La puissance développée par la boîte de vitesse sur la roue arrière s'exprime par $C_{nex} \Omega_{roue/0}$. Ce qui donne en fonction des caractéristiques de la bicyclette et sous

l'hypothèse de roulement sans glissement : $P_r = -2 C_{nex} \frac{V}{d_{roue}}$.

III.B.1 - Montrer que l'expression de la puissance développée par le cycliste est

donnée par $P_{cyc} = \frac{P_r}{(1+k)\eta_{nex}\eta_{chain}\eta_{trainp}}$ avec k représentant la loi de commande.

La puissance développée par le cycliste et la puissance développée par le moteur vérifient en en tenant compte des rendements du train, de la chaîne et du système Nexus:

$$(P_m + P_{cyc})\eta_{nex}\eta_{chain}\eta_{trainp} = P_r$$

$$P_m = k P_{cyc}$$

$$\text{On en déduit le résultat annoncé : } P_{cyc} = \frac{P_r}{(1+k)\eta_{nex}\eta_{chain}\eta_{trainp}}$$

III.B.2 - Commenter les courbes de la figure 1 de DT6 et montrer que la fonction FS1 est validée.

Sans assistance, le cycliste est capable d'atteindre une vitesse de croisière d'environ 9 km/h sur une pente de 2° et de 14,7 km/h sur le plat. Ces valeurs sont très proches des valeurs imposées par le cahier des charges.

IV. Validation de la fonction de service FS2

IV.A Détermination des fréquences de pédalage

IV.A.1 - On veut relier la vitesse de rotation du pédalier 18 à la vitesse de rotation de la roue 1'. Montrer que cette relation s'écrit : $\omega_{18/0} = \frac{Z_{23c}}{Z_{23c} + Z_{16}} \frac{Z_{nex}}{Z_{23a} \cdot R_i} \omega_{1'/0}$.

$$\text{De la roue à la couronne 23 : } \omega_{23/0} = \omega_{nex/0} \cdot \frac{Z_{nex}}{Z_{23a}} = \frac{Z_{nex}}{Z_{23a} \cdot R_i} \cdot \omega_{roue/0}$$

Par application de la relation de Willis, il vient :

$$\omega_{16/0} - \lambda \cdot \omega_{23/0} + (\lambda - 1) \cdot \omega_{20/0} = 0 \text{ avec } \lambda = -\frac{Z_{23c}}{Z_{16}} = -2,09$$

L'angle de rotation de 16 par rapport à 0 est faible, on peut considérer $\Omega_{16/0}$ nulle.

$$\omega_{18/0} = \frac{\lambda}{\lambda - 1} \cdot \omega_{23/0}$$

$$\omega_{18/0} = \frac{Z_{23c}}{Z_{23c} + Z_{16}} \cdot \omega_{23/0} = \frac{Z_{23c}}{Z_{23c} + Z_{16}} \cdot \frac{Z_{nex}}{Z_{23a} \cdot R_i} \cdot \omega_{roue/0} = -2 \frac{Z_{23c}}{Z_{23c} + Z_{16}} \cdot \frac{Z_{nex}}{Z_{23a} \cdot R_i} \cdot \frac{V}{d_{roue}}$$

De l'expression de $\omega_{18/0}$ en fonction de V , on peut déduire la représentation demandée dans le document (**DR2**).

IV.A.2 – À partir de l'expression de $\omega_{18/0}$ en fonction de V , on peut déduire la représentation de la relation précédente dans le plan $\{V, N_{18}\}$ (voir **DR2**). Reporter sur le tracé de cette courbe figurant sur le **DR2** et en surcharge, des évolutions possibles de la vitesse entre 0 et 26 km/h. On supposera que les changements de vitesse respectent l'optimalité de la fréquence de pédalage. Conclure sur l'utilisation de l'assistance.

À partir de la réponse à la question **IV.A.1**, on peut construire la représentation de la puissance fournie par le cycliste avec assistance (Figure 2 sur le **DT6**). Commenter cette représentation quant à l'aptitude du système à répondre au besoin.

Le constructeur a placé la plage optimale de pédalage d'un cycliste (55 à 65 tr/min) en fin de phase d'assistance dégressive. Ainsi le cycliste bénéficie d'une assistance qui diminue au fur et à mesure que ses caractéristiques de pédalage s'améliorent. Lorsque le cycliste va au delà de la limite supérieure de plage optimale de pédalage, l'assistance n'est plus nécessaire.

En comparant les courbes "Puissance fournie par le cycliste sans assistance" et "Puissance fournie par le cycliste avec assistance", il apparaît une augmentation de la vitesse de la bicyclette de 4 km/h en moyenne.

Cette augmentation de la vitesse permet au cycliste de se rapprocher très nettement de sa fréquence de pédalage optimale.

Ainsi, par exemple, sur une pente à 2°, la vitesse passe d'environ 9 km/h à 13,8 km/h or, la plage de vitesse optimale de pédalage du cycliste se traduit par une vitesse d'avance comprise entre 13,2 et 15,85 km/h.

IV.B Calcul de la puissance développée par le moteur

IV.B.1 - En vous aidant du schéma cinématique fourni sur le **DT2**, donner l'expression de la vitesse de l'arbre moteur en fonction de d_0 , d_1 , Z_{23c} , Z_{23a} , Z_{nex} , Z_5 , R_i et $\omega_{roue/0}$. Faire l'application numérique dans le cas de la première vitesse.

$$\omega_{23/0} = \frac{Z_{nex}}{Z_{23a} \cdot R_i} \cdot \omega_{roue/0} \text{ (voir I.C.1).}$$

$$\frac{\omega_{5/0}}{\omega_{23/0}} = \frac{Z_{23c}}{Z_5} \text{ d'où } \frac{\omega_{5/0}}{\omega_{roue/0}} = \frac{Z_{23c}}{Z_5} \cdot \frac{Z_{nex}}{Z_{23a} \cdot R_i} \text{ (renvoi conique).}$$

Par application de la relation de Willis au réducteur "Planet Roller", il vient :

$$\omega_{0/0} - \lambda \cdot \omega_{1/0} + (\lambda - 1) \cdot \omega_{2/0} = 0 \text{ avec } \lambda = -\frac{d_1}{d_0}$$

$$\omega_{1/0} = \frac{d_0 + d_1}{d_1} \cdot \omega_{2/0} \text{ avec } \omega_{2/0} = \omega_{5/0}$$

$$\text{d'où l'on déduit : } \omega_{1/0} = \frac{d_0 + d_1}{d_1} \cdot \frac{Z_{23c}}{Z_5} \cdot \frac{Z_{nex}}{Z_{23a} \cdot R_i} \cdot \omega_{roue/0}$$

$$\mathbf{AN : } \omega_{1/0} = 14,81 \cdot \omega_{roue/0} \text{ (en 1}^{\text{ère}}\text{).}$$

Au vu de la réduction, il apparaît que le moteur est du type moteur à fréquence de rotation élevée. Ces moteurs se caractérisent par une forte puissance massique. Ceci permet de limiter la masse de l'ensemble afin d'accroître l'autonomie.

IV.B.2 - Montrer que l'expression de la puissance P_m développée par le moteur au

$$\text{niveau de l'arbre 1 s'écrit : } P_m = \frac{P_r}{\eta_{nex} \eta_{chain} \eta_{renvoi} \eta_{reduc}} \cdot \frac{k}{1+k}$$

En régime permanent et en tenant compte des différents rendements,

$$P_m + P_c = \frac{P_r}{\eta_{nex} \cdot \eta_{chain} \cdot \eta_{renvoi} \cdot \eta_{reduc}} \text{ d'où l'on déduit :}$$

$$P_m = \frac{P_r}{\eta_{\text{nex}} \cdot \eta_{\text{chain}} \cdot \eta_{\text{renvoi}} \cdot \eta_{\text{reduc}}} \cdot \frac{k}{1+k}$$

IV.B.3 - Pour différentes valeurs de la pente (6° , 4° , 2° et 0°) et en tenant compte de l'expression de P_r trouvée en **III.A.3** il est possible de tracer la courbe représentant l'évolution de la puissance fournie par le moteur en exprimant le résultat précédent en fonction de la vitesse V (Figure 3 sur le **DT6**). Conclure quant à l'aptitude du moteur choisi à fournir la puissance nécessaire.

La puissance maximale que doit fournir le moteur est de 173,67 W à 15 km/h. Or d'après le cahier des charges, le moteur est capable de fournir une puissance de 235 W. Il apparaît un coefficient de sécurité de 1,35. Le moteur est donc capable de fournir l'assistance en terme de puissance.

Le coefficient de sécurité peu élevé montre que YAMAHA a cherché à optimiser le choix du moteur de manière à alléger la masse de la bicyclette.

IV.C Étude du couple d'assistance du moteur

IV.C.1 - Dédire des calculs précédents, l'expression du couple moteur en fonction de la vitesse du moteur $\omega_{1/0}$.

$$C_{(\text{mot} \rightarrow 1)} = \frac{P_m}{\omega_{1/0}} = \frac{k}{1+k} \frac{P_r}{\eta_{\text{nex}} \cdot \eta_{\text{chain}} \cdot \eta_{\text{renvoi}} \cdot \eta_{\text{reduc}} \cdot \omega_{1/0}}$$

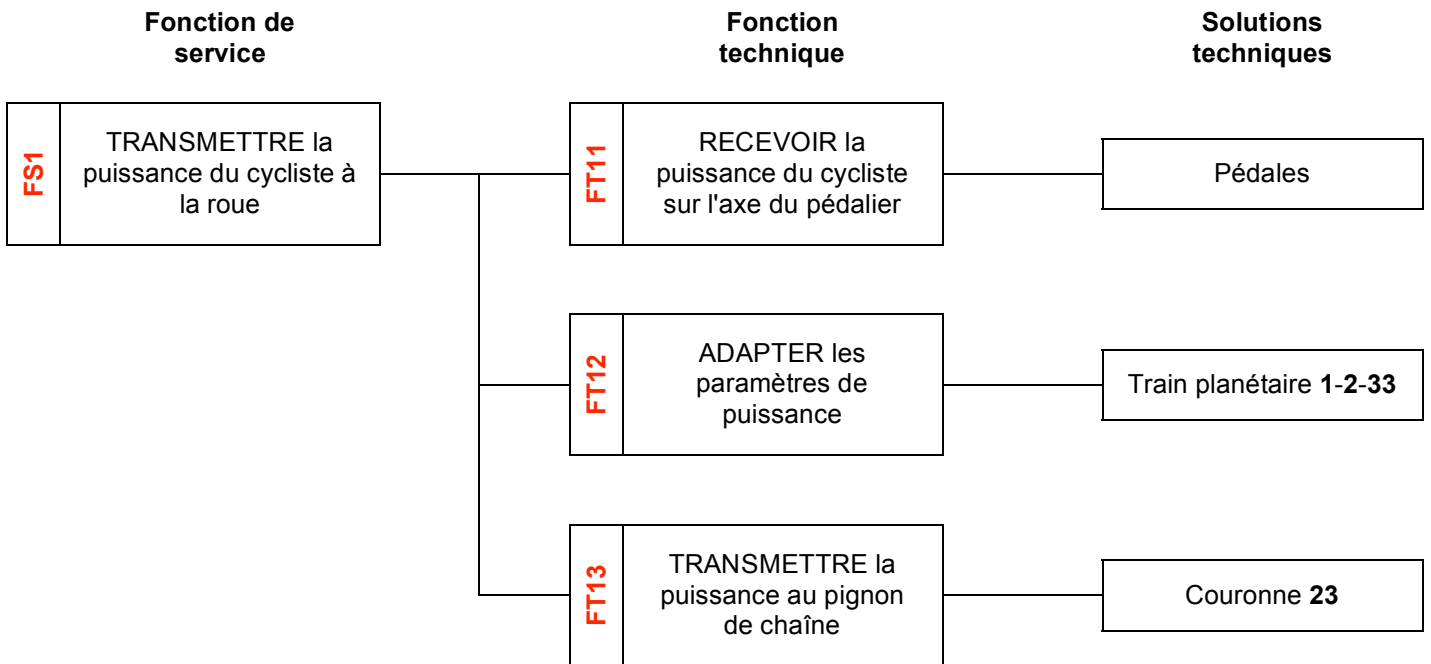
IV.C.2 - À partir de l'expression précédente, il est possible de tracer l'évolution du couple en fonction de la vitesse de rotation de l'arbre moteur (**DR5**) et pour différentes pentes. Placer sur la courbe fournie en **DR5**, les 3 phases d'assistance. Commenter l'allure de cette courbe. Justifier à posteriori le choix de la mesure de vitesse de pédalage au niveau de la couronne **23**.

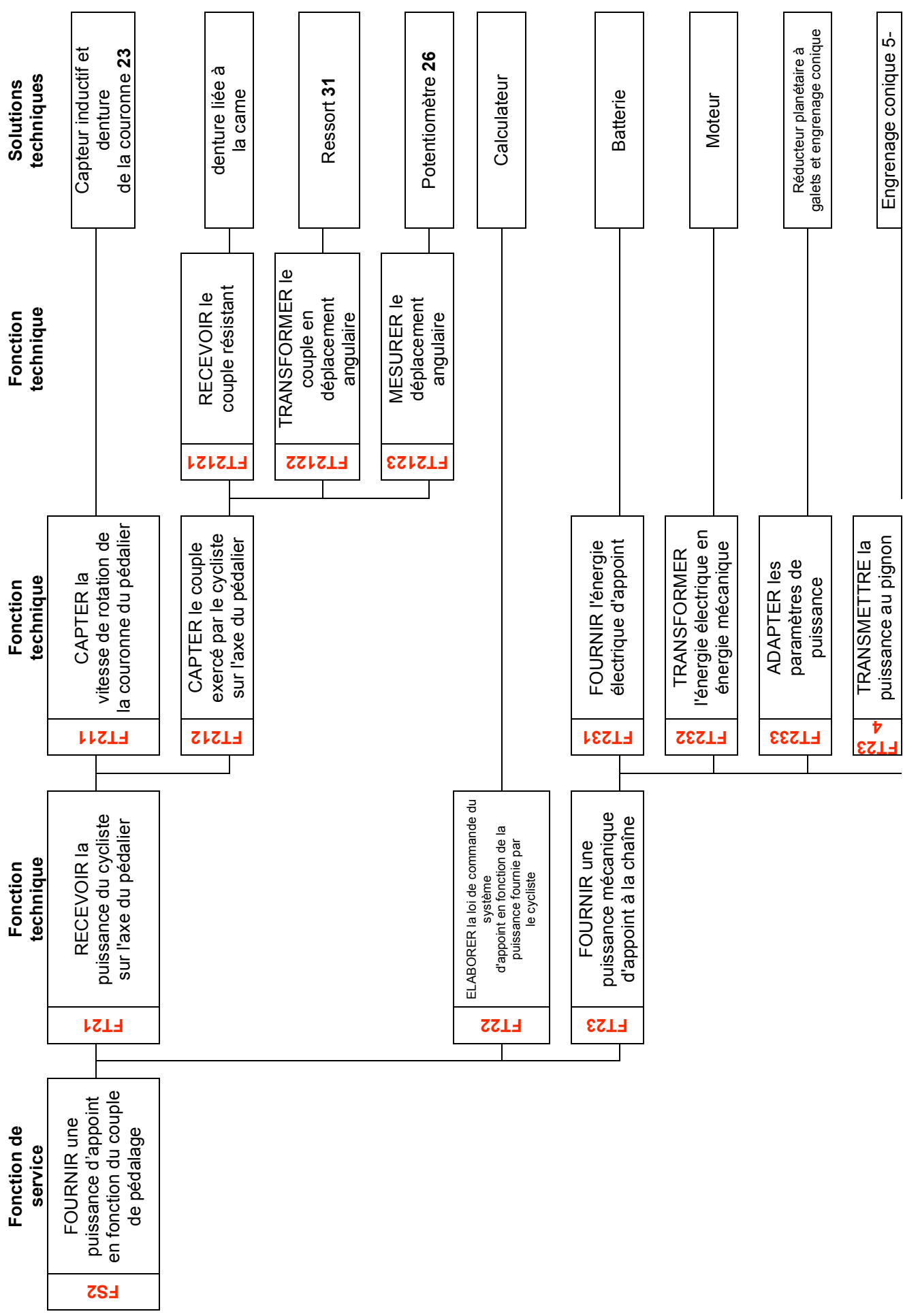
La courbe précédente montre que le couple disponible en bout d'arbre est faible (inférieur à 0,8 Nm). Aussi la forte réduction réalisée par le train planétaire et le renvoi conique permet de disposer d'un couple d'assistance au niveau de la couronne **23**.

Il apparaît que dans la phase d'assistance constante, le couple est quasiment constant, par conséquent, on peut dire que la MCC fonctionne à courant constant. Dans la seconde phase, le couple moteur fourni par la MCC varie sensiblement de façon linéaire par rapport à la vitesse de rotation de l'arbre du moteur.

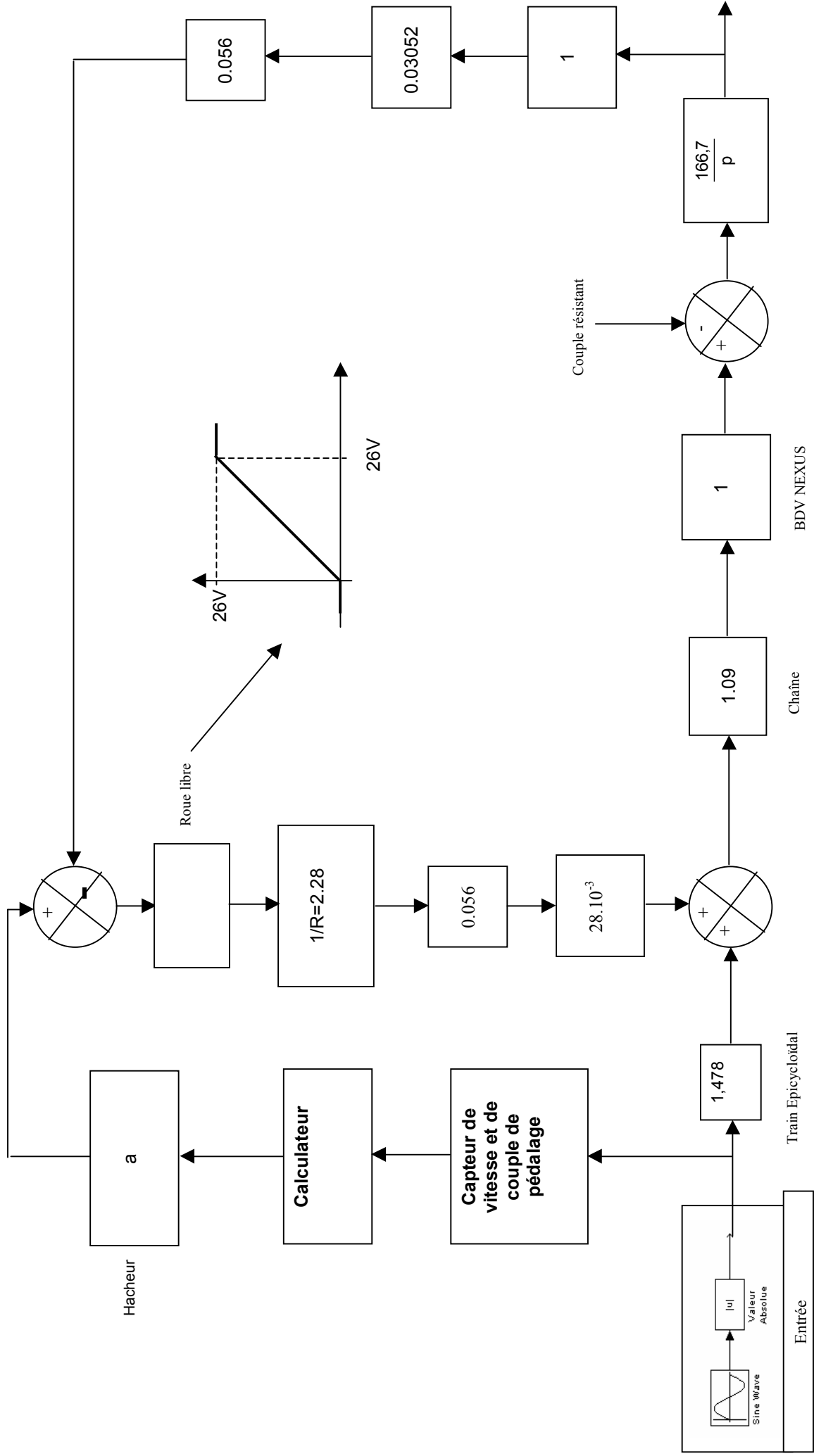
Le choix de la mesure de la vitesse de la couronne **23** (à un coefficient près égal à la vitesse de rotation de la MCC) paraît très judicieux. En effet, les couples fournis ont un maximum pour une même vitesse. Par conséquent, la loi de commande devrait être largement facilitée.

CORRIGÉ DR1

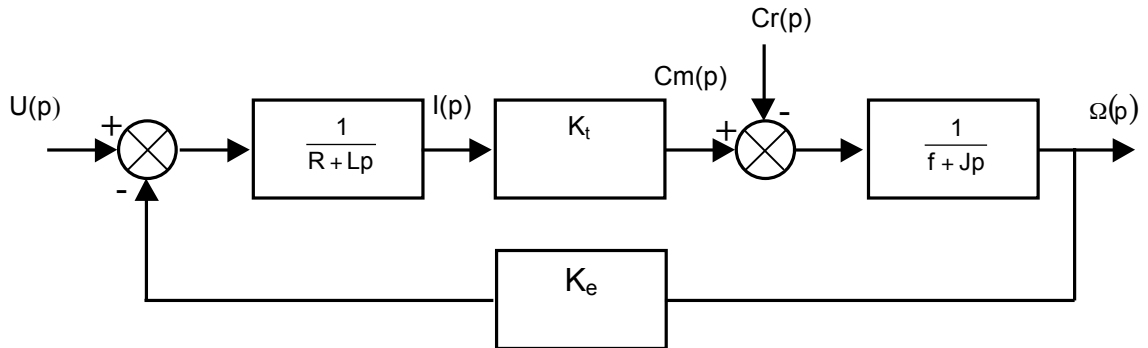




CORRIGÉ DR2



CORRIGÉ DR3



CORRIGÉ DR4

