

Mathématiques 2

Présentation du sujet

Le sujet comprend deux problèmes indépendants. Les domaines utilisés dans ce sujet recouvrent une grande partie du programme : le calcul matriciel, le produit scalaire, les polynômes, la trigonométrie, la dérivabilité et la continuité.

Analyse globale des résultats

Le sujet est de longueur raisonnable. Les candidats ayant une bonne connaissance du cours et utilisant correctement les définitions rappelées dans l'énoncé pouvaient obtenir un résultat honorable.

Le sujet a été globalement assez mal compris par les candidats et notamment le deuxième problème. Il fallait une bonne connaissance du cours des deux années afin d'aborder le sujet dans sa globalité. Cependant, le cours est souvent mal connu, les questions de cours simples n'ont pas été suffisamment bien réussies.

Beaucoup de candidats traitent les questions de manière aléatoire ce qui les empêche de comprendre le sujet de manière progressive.

Commentaires sur les réponses apportées et conseils aux futurs candidats

Commentaires généraux

Cours

- Le procédé d'orthonormalisation de Gram Schmidt n'est pas toujours bien mené.
- On relève une grande confusion sur la notion de matrices de passage, de nombreux candidats évoquent la matrice d'une base au lieu de la matrice de passages entre deux bases. Dans le cas de deux bases orthonormées peu de candidats se souviennent que la matrice de passage est orthogonale.
- La condition sur le polynôme caractéristique d'une matrice pour qu'elle soit trigonalisable est souvent inconnue.
- On note une méconnaissance de la notion de liberté d'une famille et une confusion avec la non colinéarité.
- Le théorème de Rolle est quasiment inconnu. Lorsqu'il est cité (ce qui est très rare) aucune hypothèse n'est donnée.
- La propriété qu'« une fonction continue sur un segment est bornée » est mal connue.

Calculs

- Le calcul du déterminant est dans la plupart des cas bien réalisé.
- Les candidats effectuent souvent des calculs inutiles. Il était inutile de calculer P^{-1} à la première question et inutile d'échelonner la matrice si on avait déjà montré que P était inversible.

- Le procédé d’orthonormalisation de Gram Schmidt a souvent été réussi mais de nombreuses erreurs ont été relevées notamment dans les calculs des normes.
- Un certain nombre de candidats ne simplifie pas les calculs et laisse $\sqrt{9}$ au lieu de 3.

Raisonnement

Certaines copies ne sont pas suffisamment rédigées et abusent d’abréviations, ce qui nuit grandement à la compréhension des correcteurs, et sont donc pénalisées en conséquence. De même, le jury déplore le manque de soin apporté à de nombreuses copies, ce qui est encore une fois pénalisé. Les hypothèses de récurrence ne sont pas souvent définies. Il faudrait également, de façon générale, que les candidats démontrent leurs affirmations. Par ailleurs, exhiber un exemple n’a pas valeur de démonstration.

Points à améliorer

Un des défauts majeurs et récurrent des candidats est souvent l’absence de logique, la non compréhension (ou non lecture ?) des énoncés et la difficulté d’expression. Les hypothèses de récurrence ne sont pas ou sont mal posées. Les candidats traitent souvent les questions dans un ordre aléatoire ne se souciant aucunement de la cohérence du sujet. Cette approche est étrangère à toute démarche scientifique et ne permet pas d’obtenir un résultat convenable.

Remarques par question

I Décomposition de matrices

- Q1.** Le calcul du déterminant est assez souvent réussi mais le lien avec la famille des colonnes est mal exposé.
- Q2.** Bien traité dans de nombreuses copies mais des erreurs inattendues dans le calcul des normes.
- Q3.** Une question simple pour laquelle il suffisait de connaître la propriété de la matrice de passage entre deux bases orthonormées.
- Q4, Q5.** Assez souvent mal traitées ce qui dénote la méconnaissance de la notion de matrice de passage.
- Q6.** Très rarement traitée correctement. Seuls les candidats ayant assez de recul ont pu traiter cette question.
- Q7.** Une minorité de candidats sait expliquer comment résoudre un système déjà échelonné.
- Q8.** Beaucoup de candidats ont abordé cette question et ont donné des éléments de réponse qui ont été valorisés. Cependant une démonstration rigoureuse utilisait toutes les hypothèses de l’énoncé et devait se baser sur une matrice $n \times n$ et pas uniquement de taille 3.
- Q9.** Trop peu de candidats pensent à utiliser la question précédente.
- Q10.** Peu de candidats se souviennent qu’une matrice ayant son polynôme caractéristique scindée est trigonalisable (et non pas diagonalisable).
- Q11, Q12.** Il était comme souvent judicieux de se baser sur l’exemple de matrice orthogonale étudié dans la question 3.

II Calcul approché d’intégrales par quadrature

- Q13.** Souvent bien réussie.
- Q14.** La notion de famille libre est bien utilisée dans une minorité de copies. Il ne fallait surtout pas affirmer que la famille était échelonnée en degré ce qui était faux. En ce qui concerne le vocabulaire mathématique, il ne faut pas confondre la notion de dimension, de degré ou de cardinal.

- Q15 – Q17.** Très peu réussies. La notion de raisonnement par analyse synthèse n'est pas maîtrisée.
- Q18, Q19.** Mal comprises. Beaucoup de candidats évoquent une aire nulle ou négative.
- Q20.** Il suffisait ici d'utiliser le fait qu'une fonction continue sur un segment est bornée.
- Q21.** La relation est souvent montrée mais l'unicité très rarement.
- Q22, Q23.** Il s'agissait ici d'une application du théorème de Rolle qui est connu par un trop faible nombre de candidats.
- Q24.** Mieux réussie en général.
- Q25 – Q27.** Peu de candidats ont compris ces questions qui nécessitait une compréhension globale.
- Q28 – Q32.** Abordées partiellement par un plus grand nombre de candidats.
- Q33.** Question bien réussie, la réponse était quasiment donnée dans l'énoncé.
- Q34, Q35, Q37.** Ces questions ont été abordées par une proportion de candidats qui semblent assez à l'aise en trigonométrie.
- Q36.** Très peu réussie, les candidats oublient pour la plupart de justifier que le domaine de définition est symétrique par rapport à 0.
- Q38.** Une question très classique mais peu réussie. Il fallait conjecturer le degré et le coefficient dominant et démontrer le résultat à l'aide d'une récurrence double. L'hypothèse a été trop peu souvent énoncée.
- Q39.** Seules les toutes meilleures copies ont donné une réponse correcte.
- Q40.** Une question d'informatique souvent abordée mais mal réussie.
- Q41.** Cette question accessible en utilisant les résultats précédents a été abordée par de nombreux candidats.
- Q42 – Q44.** Questions quasiment jamais abordées.

Conclusion

Le sujet a posé des difficultés à la majorité des candidats. Une connaissance solide du cours permettait de mieux appréhender le sujet et d'obtenir un résultat convenable. Cependant, la mauvaise maîtrise de la langue et mauvaise compréhension de l'énoncé pénalisait fortement la plupart. Le jury a déploré de trop nombreuses et inquiétantes confusions dans la lecture de l'énoncé et dans la compréhension des définitions données dans le sujet.