

## **MAGNÉSCOPE**

### *Partie I - Introduction*

#### **I.A - Préliminaires**

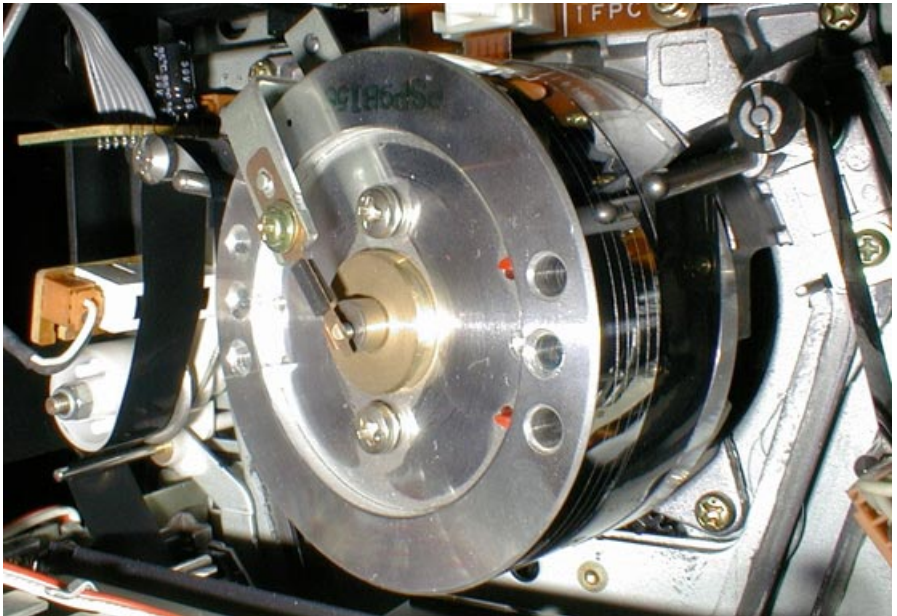
Les calculatrices réglementaires et tous les documents ne comportant pas de feuille volante sont autorisés. Les schémas demandés seront faits à main levée. L'emploi des instruments (règles, compas...) n'est pas interdit, mais ne sera pas pris en compte dans la notation. L'utilisation de la couleur est recommandée.

#### **I.B - Mise en situation**

L'enregistrement magnétique sur bande mince est très souvent utilisé, aussi bien pour le traitement de données informatiques que pour la conservation d'émissions de télévision.

Pour une utilisation domestique, la manipulation doit être la plus réduite possible et la fiabilité suffisamment importante. En utilisant des cassettes à mise en place assistée par un moteur électrique, on obtient une mise en position fiable de la bande devant les têtes.

Pour atteindre une bonne fidélité dans un large spectre de fréquences, il est nécessaire que la bande magnétique se déplace rapidement devant les têtes d'en-



registrement-lecture. Dans un magnétoscope moderne, ce mouvement est obtenu en plaçant les têtes sur un tambour rotatif.

**I.C - Notations**

Un axe passant par un point P quelconque et de même direction qu'un vecteur unitaire  $\vec{u}$  est noté  $(P, \vec{u})$ . Un axe de direction identique passant par un point Q est noté  $(Q, \vec{u})$ .

Les repères considérés sont tous orthonormés directs.

Le torseur associé aux actions mécaniques exercées par le solide i sur le solide j est précisé par ses éléments de réduction en un point P, en projection sur la base associée au repère  $R\{O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}\}$  :

$$\mathcal{T}_{(i/j)} = \begin{cases} \vec{\mathcal{R}}_{(i/j)} \\ \vec{\mathcal{M}}_{(P,i/j)} \end{cases} = \begin{cases} X_{ij}\vec{x} + Y_{ij}\vec{y} + Z_{ij}\vec{z} \\ L_{ij}\vec{x} + M_{ij}\vec{y} + N_{ij}\vec{z} \end{cases}$$

De même, le torseur cinématique du mouvement du solide j par rapport au solide i est :

$$\mathcal{V}_{(j/i)} = \begin{cases} \vec{\Omega}_{(j/i)} \\ \vec{V}_{(P,j/i)} \end{cases} = \begin{cases} p_{ji}\vec{x} + q_{ji}\vec{y} + r_{ji}\vec{z} \\ u_{ji}\vec{x} + v_{ji}\vec{y} + w_{ji}\vec{z} \end{cases}$$

La masse du solide i est notée  $m_i$ . Le centre de masse du solide i est noté  $G_i$ .

L'opérateur d'inertie en un point Q, pour le solide i, en projection sur la base associée au repère  $R_i$ , est noté :

$$\mathcal{I}_{(Q,i)} = \begin{pmatrix} A_i & -F_i & -E_i \\ -F_i & B_i & -D_i \\ -E_i & -D_i & C_i \end{pmatrix}_{R_i}$$

La dérivée de la variable x par rapport au temps est notée :  $\frac{dx}{dt} = \dot{x}$ .

L'accélération d'un point P, supposé appartenir au solide j, dans son mouvement par rapport au solide i, est notée  $\vec{\Gamma}_{(P,j/i)}$ .

Les torseurs cinétique et dynamique d'un ensemble E, de masse  $m(E)$ , en mouvement par rapport à un repère R, sont respectivement notés :

$$\mathcal{C}_{(E/R)} = \begin{cases} m(E) \vec{V}_{(G/R)} \\ \vec{\sigma}_{(A,E/R)} \end{cases} \quad \mathcal{D}_{(E/R)} = \begin{cases} m(E) \vec{\Gamma}_{(G/R)} \\ \vec{\delta}_{(A,E/R)} \end{cases}$$

L'énergie cinétique d'un ensemble E, en mouvement par rapport à un repère R, est notée  $T(E/R)$ .

On note  $F(p)$  la transformée de LAPLACE de la fonction  $f(t)$ . Pour l'analyse harmonique, les pulsations sont notées  $\omega$  (en rad/s).

La forme canonique d'une équation différentielle du second ordre en  $y(t)$ , est :

$$\frac{\ddot{y}(t)}{\omega_0^2} + \frac{2\xi\dot{y}(t)}{\omega_0} + y(t) = x(t)$$

Ces notations doivent être impérativement respectées dans tous les travaux remis.

### **I.D - Remarques**

Les unités employées doivent être celles du système international (SI).

Il est conseillé au candidat de mettre à profit l'indépendance de nombreuses questions. Le barème de notation tient compte de la difficulté de chaque question.

## *Partie II - Le magnétoscope*

L'étude porte sur certains aspects fondamentaux d'équipements utilisant des bandes magnétiques en cassette. La description faite néglige de nombreux points de fonctionnement, mais devrait constituer un ensemble cohérent de réflexion.

### **II.A - La bande magnétique**

La bande est constituée d'un ruban de matériau polymère, type polyester, sur lequel est déposé un enduit magnétisable. L'épaisseur totale de la bande est notée  $e$ , sa largeur  $\ell$ , sa longueur  $L$  et sa masse linéique  $\mu$ .

On note  $x$  l'abscisse curviligne le long de la bande, mesurée à partir du point d'attache  $F$ , sur le plateau récepteur. ( $x \geq 0$ ).

### **II.B - La cassette**

La cassette est une boîte en matériau polymère qui contient deux plateaux identiques sur lesquels la bande est enroulée. Les guides permettent de présenter la bande sur l'une des faces latérales de la cassette. Pendant le stockage de la cassette, la bande est protégée par un volet maintenu par un ressort et les plateaux sont verrouillés par de petits leviers.

La bande s'enroule sur les plateaux autour du moyeu, le long d'une spirale. Le rayon du moyeu est noté  $r_0$  et le rayon extérieur du plateau  $r_p$ . Les cassettes magnétiques vendues classiquement sont capables de diffuser une durée nominale  $D$  de programme. La masse de chacun des plateaux est notée  $m$ .

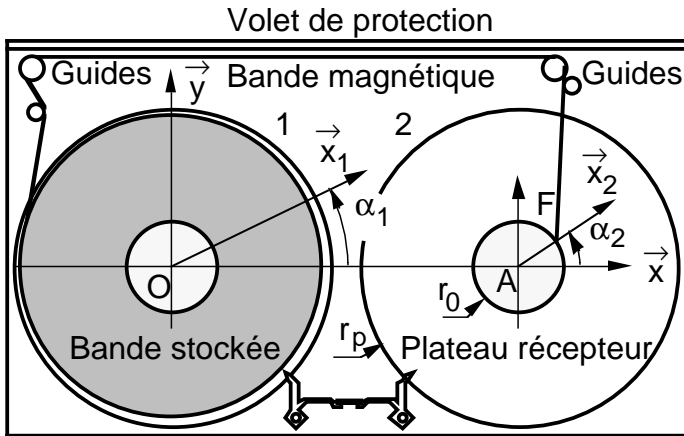


Figure 1

Le plateau récepteur est référencé 2 et l'autre plateau 1. Les points O et A sont situés dans le plan médian de la cassette. Ils sont les centres de gravité respectifs de chacun des plateaux.

Le point A, centre du plateau 2, est repéré par :  $\overrightarrow{OA} = a\vec{x}$

Les repères  $R_1\{O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1\}$  et  $R_2\{A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2\}$  sont respectivement attachés à chacun des plateaux, avec :  $\alpha_1 = (\vec{x}, \vec{x}_1)$  et  $\alpha_2 = (\vec{x}, \vec{x}_2)$

Les opérateurs d'inertie des plateaux vides sont :

$$\mathcal{J}(O,1) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{R_1} \quad \mathcal{J}(A,2) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{R_2}$$

À un instant donné, sur le plateau récepteur 2, l'angle de bobinage de la bande étant noté  $\psi$ , on a :

$$\overrightarrow{AM} = \rho \vec{u} \quad \rho = r_0 + \frac{\psi e}{2\pi}$$

Le rayon maximum, correspondant à la durée D, est noté  $r_D$ .

Compte tenu de la faible épaisseur e par rapport au rayon  $r_0$ , on admet que la longueur bobinée est donnée par :

$$x = r_0 \psi + \frac{\psi^2 e}{4\pi}$$

Le plateau 2, garni d'une quantité x de bande, peut être considéré comme un solide. Son moment d'inertie selon l'axe  $(A, \vec{z})$  est noté  $C_2$ .

Pour le plateau 1, les équations sont considérées comme analogues. Le moment d'inertie de ce plateau garni du reste de la bande, selon l'axe  $(O, \vec{z})$  est noté  $C_1$ .

On néglige les légères variations d'inclinaison de la bande entre le plateau et les guides. Les points d'enroulement sont supposés être situés sur l'axe  $(O, \vec{x})$ .

### II.C - Chargement de la cassette

Lorsque la cassette est introduite dans le magnéscope, elle est maintenue par un chariot qui la met en place sur le système d'entraînement et de freinage des plateaux. Le volet de protection est escamoté. La bande est extraite de la cassette, pour être mise en contact avec les têtes de lecture des signaux audio et de service.

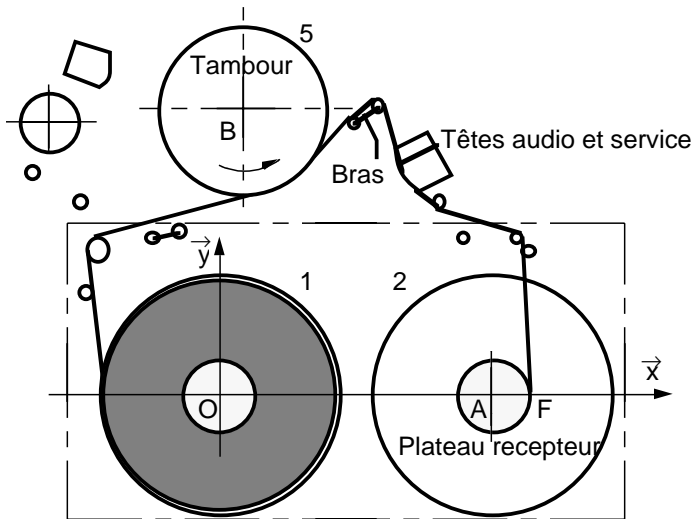
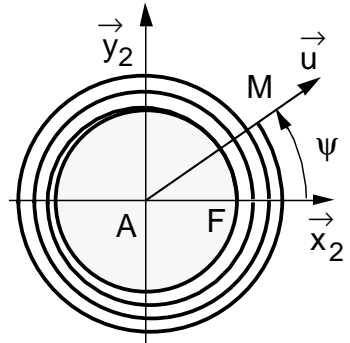


Figure 2

Cette opération effectuée, la cassette est solidaire du bâti du magnéscope et constitue l'ensemble référencé 0. Cet ensemble est galiléen.

Le repère  $R\{O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}\}$  est associé à ce bâti 0, comme indiqué sur les figures, le point O étant le centre du plateau 1 et l'axe  $(O, \vec{z})$  étant vertical ascendant. L'accélération de la pesanteur est :  $\vec{g} = -g\vec{z}$  ( $g > 0$ ).

Le plateau 1 est lié au bâti 0 par une liaison pivot parfaite d'axe  $(O, \vec{z})$  et le plateau 2 est lié au bâti 0 par une liaison pivot parfaite d'axe  $(A, \vec{z})$ . Dans la

position initiale représentée figure 2, la bande est en totalité sur le plateau 1 et on a :  $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ .

### II.D - Bobinage rapide

Lors d'une opération de bobinage rapide sans visualisation de l'image, la bande reste au contact de la tête de service. Cela permet de lire les informations nécessaires à l'affichage de la durée de bande enregistrée.

L'un des plateaux est entraîné par un moteur électrique et l'autre plateau est freiné par un mécanisme à frottement. Ces éléments ne font pas l'objet de l'étude.

### II.E - Enregistrement - lecture

Deux bras permettent l'extraction de la bande de la cassette et son maintien près du tambour rotatif, qui porte les têtes magnétiques. Ces têtes lisent ou enregistrent le signal de télévision appelé signal vidéo. On appelle piste magnétique l'ensemble des points passant sous la tête.

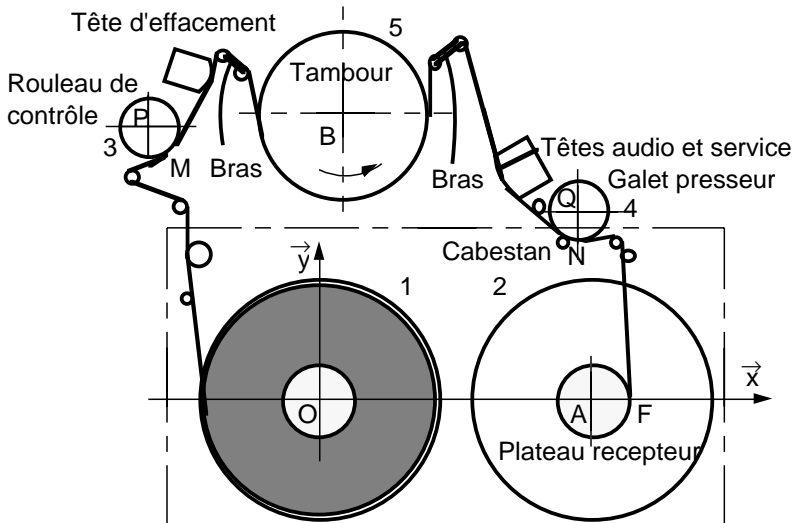


Figure 3

Pendant la lecture ou l'enregistrement, un point de la bande défile, en partant du plateau 1, devant les guides, le rouleau de contrôle, la tête d'effacement inactive, les guides d'un bras, le tambour porte-têtes, les guides du second bras, la tête de service, la tête pour le son, le cabestan et son galet presseur, et les guides, pour atteindre enfin le plateau récepteur 2.

L'entraînement de la bande est contrôlé par le cabestan, un contact sans glissement étant assuré par le galet presseur référencé 4. Elle est retenue par un rou-

leau de contrôle référencé 3, toujours sans glissement. On peut ainsi réguler la tension de la bande sur la portion où elle est en regard du tambour porte-têtes. Un point de la bande se déplace à une vitesse de module constant  $v$  par rapport au bâti.

Dans cette phase, le plateau récepteur est entraîné par son moteur, alors que l'autre plateau est très légèrement freiné. Ce système assure une faible tension de la bande et évite les boucles.

## II.F - Tambour porte-têtes

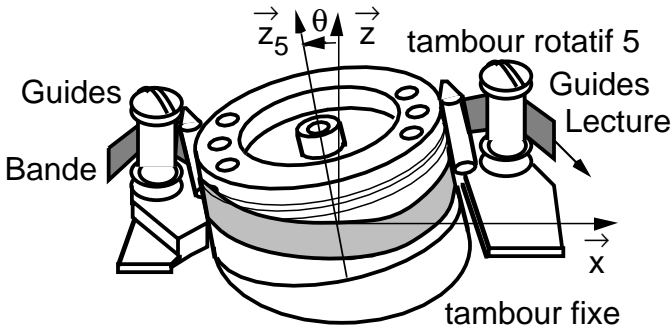


Figure 4

Pour que les pistes du signal vidéo ne se recouvrent pas, l'axe du tambour est incliné par rapport à la perpendiculaire au plan des plateaux. La partie fixe et la partie rotative constituent un unique cylindre de révolution d'axe  $(B, \vec{z}_5)$  et de rayon  $R$ .

La partie inférieure fixe sert de guide à la bande. La partie supérieure, notée 5 et de masse  $m_5$ , est liée au bâti par une liaison pivot d'axe  $(B, \vec{z}_5)$ . L'entraînement du tambour est direct, c'est à dire que le moteur est de même axe que le tambour.

Conformément aux notations d'EULER, on note  $\theta$  l'angle de nutation, constant positif, entre  $\vec{z}$  et  $\vec{z}_5$ . La rotation propre du tambour 5 autour de l'axe  $(B, \vec{z}_5)$  du bâti est notée  $\varphi$ .

## II.G - Têtes magnétiques

Les têtes magnétiques sont solidaires du tambour. Le signal vidéo est transmis aux têtes par un système rotatif. Grâce à l'inclinaison  $\theta$  de l'axe de rotation du tambour 5, les pistes vidéo font un angle constant, noté  $\gamma$ , par rapport à l'axe de la bande.

Un point de la tête passe avec une vitesse de module  $w$  devant un point de la bande. Le signal exploitable peut alors atteindre une fréquence de 4 Mhz.

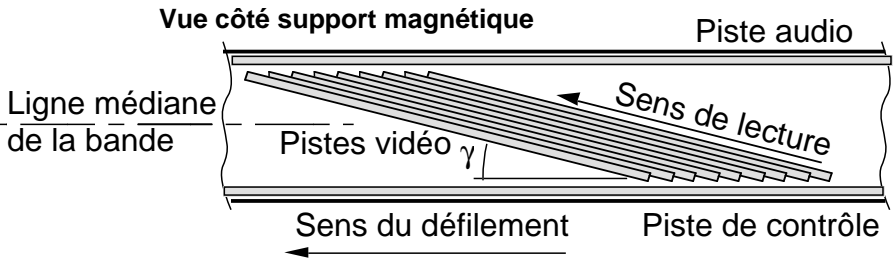


Figure 5

### Valeurs numériques

$$\begin{array}{llll}
 a = 91 \cdot 10^{-3} \text{ m} & C = 10 \cdot 10^{-6} \text{ kg m}^2 & D = 4 \text{ heures} & e = 16 \cdot 10^{-6} \text{ m} \\
 g = 9,81 \text{ m/s}^2 & \gamma = 12,7 \cdot 10^{-3} \text{ m} & m = 15 \cdot 10^{-3} \text{ kg} & \\
 r_0 = 12,7 \cdot 10^{-3} \text{ m} & r_p = 44,5 \cdot 10^{-3} \text{ m} & v = 23,4 \cdot 10^{-3} \text{ m/s} & \mu = 300 \cdot 10^{-6} \text{ kg/m}
 \end{array}$$

### Partie III - Analyse globale

- Q1** Lorsque la fonction principale du magnétoSCOPE est l'enregistrement, établir le niveau A-0 de l'analyse SADT.
- Q2** Lorsque la fonction principale du magnétoSCOPE est la lecture, établir le niveau A-0 de l'analyse SADT.
- Q3** Quelle est la longueur  $L$  de la bande contenue dans une cassette de durée  $D$  ? La totalité de la bande étant sur le plateau récepteur, déterminer  $r_D$ , le rayon maximum d'enroulement. Faire l'application numérique. Ce rayon est-il compatible avec  $r_p$  ?

### Partie IV - Bobinage de la cassette

Dans cette partie, on néglige la longueur de la partie de bande non supportée par les plateaux devant la longueur totale de la bande. On note  $x$  la longueur de bande enroulée sur le plateau récepteur. La bande est supposée toujours tendue.

- Q4** Caractériser, le plus simplement possible, en utilisant les paramètres proposés, les torseurs cinématiques associés aux mouvements de 1/0 et 2/0. Compte tenu des orientations, déterminer  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  en fonction de  $x$  et de  $\dot{x}$ . Déterminer ensuite  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  en fonction de  $x$ .
- Q5** Déterminer, en fonction de  $x$ , le moment d'inertie  $C_2$ , puis le moment d'inertie  $C_1$ .



**Q6** Déterminer l'énergie cinétique galiléenne globale de l'ensemble  $\Sigma$  des deux plateaux garnis de bande, en fonction de  $x$  et  $\dot{x}$ .

**Q7** Faire l'application numérique, avec  $\dot{x} = 60 \text{ v}$ , pour  $x = 0$  et  $x$  correspondant au milieu de la bande. Qu'en déduisez-vous pour l'arrêt de la bande ?

*Partie V - Géométrie du contact tambour-bande*

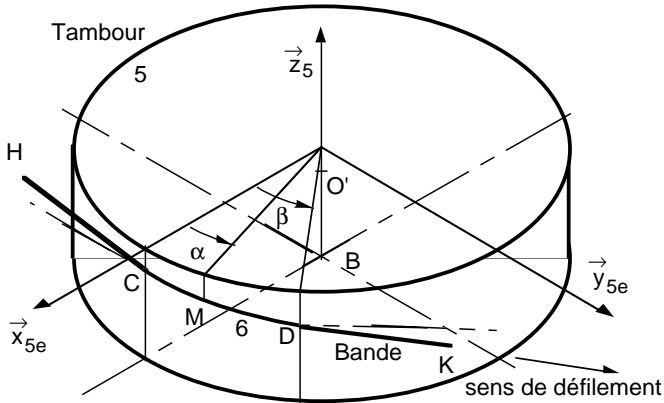


Figure 6

La bande est représentée par sa ligne médiane. Au voisinage du tambour, on a trois zones :

- CD est une hélice de pas réduit  $h$  négatif, correspondant à un angle d'enroulement  $\beta$
- HC de longueur  $d$ , est rectiligne et tangent à l'hélice en C
- DK de longueur  $d$ , est rectiligne et tangent à l'hélice en D.

Le repère de travail est  $R_{5e}\{\vec{O}'\vec{x}_{5e}, \vec{y}_{5e}, \vec{z}_{5e}\}$  dans lequel :  $\vec{O}'\vec{C} = R\vec{x}_{5e}$ .

Le point M de la ligne médiane de la bande est repéré par l'angle  $\alpha$ .

**Valeurs numériques**

$$h = \frac{10,2 \cdot 10^{-3}}{\pi} \text{ m/rad} \quad R = 31 \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad d = 0,3\sqrt{R^2 + h^2}$$

$$\beta = 186^\circ \quad \dot{\phi} = 50\pi \text{ rad/s} \quad \theta = 15^\circ$$

**Q8** Déterminer les équations paramétriques du point M de l'hélice dans le repère  $R_{5e}$ . Quelle est la position du point D ?

**Q9** Déterminer les positions des points H et K, dans le repère  $R_{5e}$ .

**Q10** Déterminer l'angle positif de la droite HK et du vecteur  $\vec{z}_{5e}$ . Calculer sa valeur numérique. Comparer avec  $\theta$ .

## Partie VI - Lecture

La bande de la cassette se déroule à la vitesse de lecture.

**Q11** Caractériser, le plus simplement possible, en utilisant les paramètres proposés, le torseur cinématique associé au mouvement de 5/0.

**Q12** La partie de bande CD se déplaçant comme un solide noté 6, caractériser le plus simplement possible, en utilisant les paramètres proposés, le torseur cinématique associé au mouvement de 6/0.

**Q13** Déterminer le torseur cinématique associé au mouvement de 5/6.

**Q14** Calculer numériquement  $w$ , module de la vitesse de la tête par rapport à la bande.

**Q15** Calculer  $\gamma$ , angle d'inclinaison de la piste vidéo par rapport à l'axe de la bande.

**Q16** Dans une phase de recherche avec visualisation de l'image, la bande est toujours au contact du tambour, mais le déplacement de la bande est 5 fois plus rapide. Qu'en déduisez-vous pour l'image restituée ?

## Partie VII - Rouleau de contrôle de tension

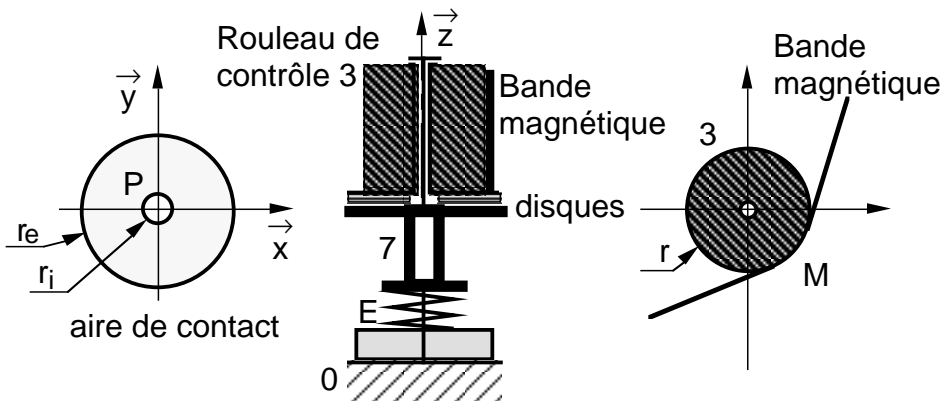


Figure 7

Le rouleau de contrôle 3 de rayon  $r$ , est lié par une liaison pivot glissant parfaite au bâti 0. La surface de contact supérieure entre le bâti 0 et le rouleau 3 étant de très faible dimension, est considérée comme un contact ponctuel.

Pour contrôler la tension de bande, ce rouleau est freiné par un système de disques, contrôlé par un ensemble E constitué d'un ressort et d'un électroaimant, fixé au bâti 0. Le point P est le centre des disques en contact.

La pièce 7, noyau de l'électroaimant, est liée au bâti par une liaison glissière parfaite d'axe  $\vec{P}, \vec{z}$ . Le torseur associé aux actions mécaniques dues au dispositif électromécanique est :

$$\mathcal{T}(0/7) = \begin{Bmatrix} F \vec{z} \\ \text{P} \{ 0 \end{Bmatrix}$$

La pièce 7 est en contact plan avec le rouleau 3, sur une aire limitée par les cercles de rayon  $r_i$  et  $r_e$ . La pression  $q$  au contact est supposée constante. Le coefficient de frottement sec entre les matériaux des surfaces est noté  $f_f$ . Le torseur associé aux actions mécaniques de 7 sur 3 est supposé se réduire à :

$$\mathcal{T}(7/3) = \begin{Bmatrix} Z_{73} \vec{z} \\ \text{P} \{ N_3 \vec{z} \end{Bmatrix}$$

Les pièces étant de petite dimension, on néglige l'influence de la pesanteur devant les autres actions mécaniques.

**Valeurs numériques**

$$r_i = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m} \qquad r_e = 10 \cdot 10^{-3} \text{ m} \qquad f_f = 0,2$$

**Q17** Établir la relation entre  $F$  et  $N_3$  dû au frottement sec, lorsqu'il y a glissement.

**Q18** Donner la valeur numérique de cette relation.

*Partie VIII - Modélisation des asservissements*

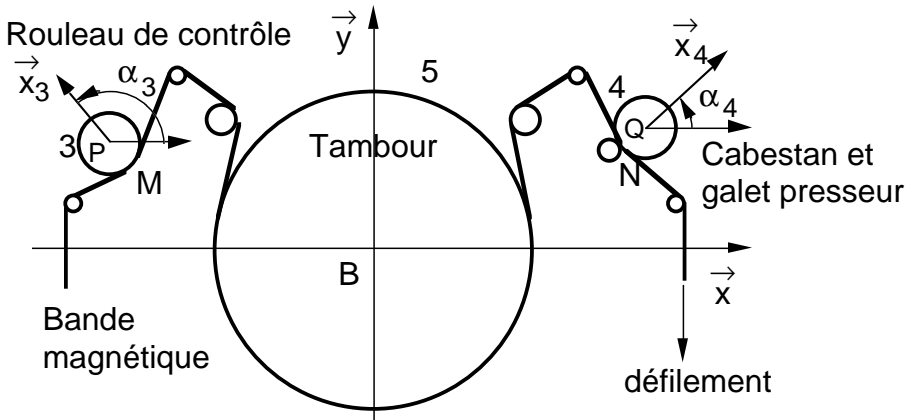


Figure 8

Le système est constitué d'une part, d'un moteur commandé en courant, monté sur l'axe du cabestan et d'autre part, du rouleau de contrôle. La bande se déroule à la vitesse nominale de lecture. Les dimensions géométriques et les caractéristiques mécaniques sont telles qu'il existe une certaine symétrie, observée expérimentalement, entre les comportements du moteur et du rouleau de contrôle.

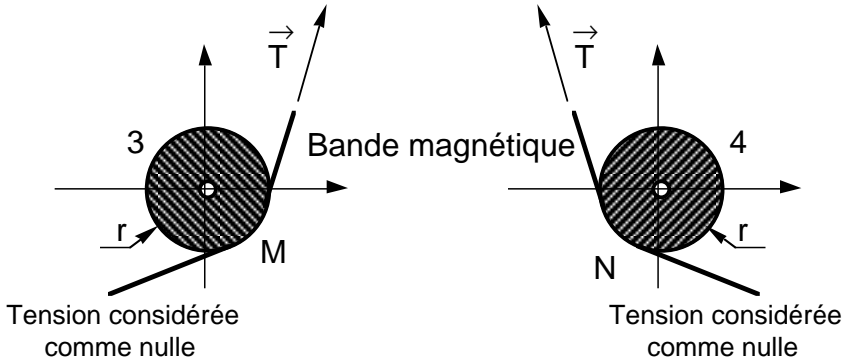


Figure 9

Pour le rouleau de contrôle 3, dont l'électroaimant est alimenté par le courant  $i_3$ , la constante de couple est  $K_c$  et le couple dû au système de freinage est :

$$\mathcal{T}(e/3) = \begin{cases} 0 \\ N_3 \dot{z} \end{cases} \quad N_3 = K_c i_3$$

Le repère  $R_3\{P, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}\}$  est lié au rouleau et on pose :  $\alpha_3 = (\vec{x}, \vec{x}_3)$

On ne suppose plus que la liaison entre le rouleau et le bâti 0 est parfaite. On utilise un coefficient de frottement visqueux  $f_v$  et le torseur associé aux actions mécaniques du bâti s'écrit :

$$\mathcal{T}(0/3) = \begin{cases} X_{03}\vec{x} + Y_{03}\vec{y} + Z_{03}\dot{z} \\ L_{03}\dot{x} + M_{03}\dot{y} + N_{03}\dot{z} \end{cases} \quad \text{avec } N_{03} = -f_v \dot{\alpha}_3$$

Le moment d'inertie du rouleau 3, selon l'axe  $(P, \dot{z})$  est noté  $J$ .

L'abscisse curviligne de la bande au droit du rouleau, au point M est notée  $x_3$ .

Pour l'ensemble cabestan-galet presseur, on utilise un modèle analogue, comme si le galet 4 était seul en jeu, en globalisant tous les éléments qui lui sont reliés.

La constante de couple est également  $K_c$ , ce qui permet d'écrire, pour un moteur alimenté par un courant  $i_4$  :

$$\mathcal{T}(e/4) = \begin{cases} 0 \\ N_4 \dot{z} \end{cases} \quad N_4 = K_c i_4$$

Le repère  $R_4\{Q, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}\}$  est lié au galet et on pose :  $\alpha_4 = (\vec{x}, \vec{x}_4)$

La liaison entre le galet 4 et le bâti 0 n'est pas parfaite :

$$\mathcal{T}(0/4) = \begin{cases} X_{04}\vec{x} + Y_{04}\vec{y} + Z_{04}\vec{z} \\ Q(L_{04}\vec{x} + M_{04}\vec{y} + N_{04}\vec{z}) \end{cases} \quad \text{avec } N_{04} = -f_v \dot{\alpha}_4$$

Le moment d'inertie total selon l'axe  $(Q, \vec{z})$ , est équivalent pour le galet 4, à la même valeur  $J$ .

L'abscisse curviligne de la bande au droit du rouleau, au point N est notée  $x_4$ .

On considère que la partie de bande MN a une masse négligeable, mais qu'elle est élastique, avec amortissement visqueux. On appelle  $k$  sa raideur et  $b$  son coefficient de frottement visqueux. La tension de la bande entre M et N est notée  $T$ . Elle est considérée comme nulle partout ailleurs. C'est un modèle qui permet d'effectuer une première approche. L'équation correspondante est alors :  $T = k(x_4 - x_3) + b(\dot{x}_4 - \dot{x}_3)$ .

### Valeurs numériques

$$r = 6,35 \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad K_c = 10^{-2} \text{ Nm/A} \quad f_v = 0,5 \cdot 10^{-5} \text{ Nm/rad/s}$$

$$J = 0,2 \cdot 10^{-6} \text{ kg m}^2 \quad K = 100 \text{ N/m} \quad b = 0,1 \text{ N/m/s}$$

### VIII.A - Relations fondamentales

**Q19** Établir les relations entre  $\alpha_3$  et  $x_3$  d'une part, et  $\alpha_4$  et  $x_4$  d'autre part, en considérant que si les  $x$  sont nuls, les  $\alpha$  le sont aussi.

**Q20** En précisant bien l'ensemble considéré, établir la relation reliant  $N_3$ ,  $T$ ,  $\dot{\alpha}_3$  et  $\ddot{\alpha}_3$ .

**Q21** Établir de même la relation reliant  $N_4$ ,  $T$ ,  $\dot{\alpha}_4$  et  $\ddot{\alpha}_4$ .

### VIII.B - Asservissement de position

**Q22** Montrer que le changement de variables :  $u_3 = i_4 + i_3$   $x = \frac{x_4 + x_3}{2}$  permet de constituer une équation différentielle entre  $\ddot{x}$ ,  $\dot{x}$  et  $u_3$ . Cela revient, d'un point de vue fonctionnel, à considérer l'asservissement de la position du point de lecture sur la bande.

**Q23** Déterminer la fonction de transfert  $H_1(p) = \frac{X(p)}{U_3(p)}$

**Q24** Donner numériquement  $H_1(p)$ .

**Q25** Tracer, en module et en phase dans le plan de BODE, les courbes représentatives de  $H_1(p)$ . (sur feuille jointe).

**VIII.C - Régulation de tension de la bande**

**Q26** En reprenant les équations obtenues au paragraphe des relations fondamentales et en faisant le changement de variables :  $u_4 = i_4 - i_3$ , déterminer, sous forme canonique, la fonction de transfert  $H_2(p) = \frac{T(p)}{U_4(p)}$ . Cela revient, d'un point de vue fonctionnel, à considérer la régulation de tension de bande.

**Q27** Donner numériquement  $H_2(p)$ .

**Q28** Tracer, en module et en phase dans le plan de BODE, les courbes **asymptotiques** représentatives de  $H_2(p)$ . (sur feuille jointe).

**Q29** Pour simplifier et en se plaçant dans un cas pessimiste, on adopte maintenant  $b = 0$ . Donner en dB la résonance harmonique du module de  $H_2(p)$ .

**VIII.D - Performance de l'asservissement de position de la bande**

La position est mesurée à l'aide d'un capteur qui délivre  $1V/m$ . Le système équivalent  $H_1(p)$  est alimenté par un amplificateur tension-courant de gain  $K_1$  (en A/V). On conserve  $b = 0$ .

**Q30** Représenter, en faisant figurer les unités, le schéma-bloc de l'asservissement de position de la bande.

On adopte maintenant  $K_1 = 1$ .

**Q31** Donner la marge de phase.

**Q32** Donner en boucle fermée l'allure de la réponse à un échelon unité. Donner le temps d'établissement à 5%.

**Q33** Donner l'amortissement et le dépassement de la réponse indicielle en boucle fermée.

**VIII.E - Performance de la régulation de tension de bande**

Un dispositif électronique permet d'obtenir une image de la tension de bande avec un gain de  $1V/N$ . Le système équivalent  $H_2(p)$  est alimenté par un amplificateur tension-courant de gain  $K_2$  (en A/V). On conserve  $b = 0$ .

En vue d'améliorer les performances, on introduit un retour secondaire de fonction de transfert  $\lambda p$ . On note  $T_c$  la tension de consigne, image en Volts de la tension de la bande en Newtons.

**Q34** Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée  $\frac{T(p)}{T_c(p)}$ .

**Q35** Choisir les paramètres  $\omega_0$  et  $\xi$  de cette fonction de transfert du second ordre, permettant d'obtenir, en réponse à un échelon unitaire, un dépassement de 5% et un temps d'établissement à 5% de 10 ms.

**Q36** En adoptant  $\omega_0 = 350$  rad/s, déterminer les paramètres  $K_2$  et  $\lambda$  permettant d'atteindre les objectifs fixés.

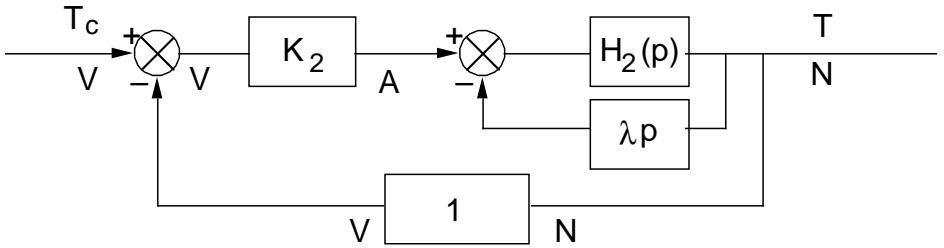


Figure 10

VIII.F - Équilibrage du tambour 5

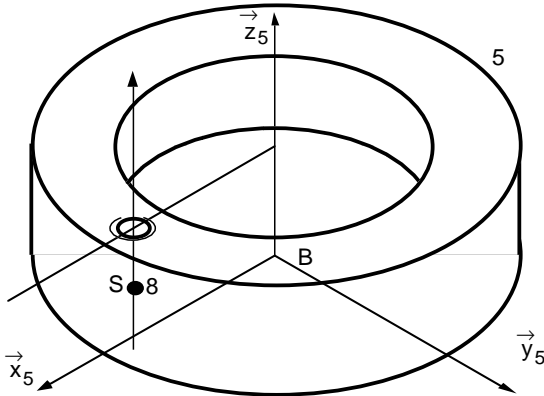


Figure 11

Dans les réalisations modernes, de façon à assurer de nombreuses fonctions annexes, le tambour comporte plusieurs têtes commutées électroniquement. Il est alors plus difficile de réaliser l'équilibrage du tambour et de ses têtes, considéré comme étant le solide 5, de centre d'inertie  $G_5$  :  $\overrightarrow{BG_5} = a_5\vec{x}_5 + b_5\vec{y}_5 + c_5\vec{z}_5$ .

Un solide est dit équilibré dans son mouvement par rapport à un bâti, si les actions mécaniques du bâti sur le solide sont indépendantes de la fréquence de rotation du solide par rapport au bâti.

L'opérateur d'inertie associé à 5 est :

$$\mathcal{J}_{(B,5)} = \begin{pmatrix} A_5 & -F_5 & -E_5 \\ -F_5 & B_5 & -D_5 \\ -E_5 & -D_5 & C_5 \end{pmatrix}_{R_5}$$

Pour tenter de réaliser l'équilibrage, on utilise une vis 8, de masse  $m_8$ , considérée comme ponctuelle. La liaison hélicoïdale entre cette vis et le tambour 5 est d'axe parallèle à  $\vec{z}_5$ . La vis est repérée par le point S tel que :

$$\overrightarrow{BS} = s\vec{x}_5 + z\vec{z}_5 \quad (z \text{ réglable})$$

**Q37** À quelles conditions l'ensemble 5+8 peut-il être équilibré ? Donner la valeur de  $z$  correspondante.

**Q38** Proposez une modification de cette solution, permettant d'élargir la gamme des réglages.

---

••• FIN •••

---