

SCIENTES INDUSTRIELLES POUR L'INGÉNIEUR I

Calculatrices autorisées.

Machine de façonnage à plat

A - Présentation du façonnage à plat

Le façonnage à plat consiste à découper, rainer (ou rainurer) et gaufrer des feuilles de papier, carton ou carton ondulé pour réaliser des menus, des étiquettes, des dépliants après pliage ou encore des boîtes après pliage et collage...

Les principales étapes du processus de façonnage sont représentées sur la figure 2. On dépose une palette de feuilles empilées sur le margeur. Les feuilles sont prises depuis le dessus de la pile et

envoyées sur la table de marge pour être mises en nappe et positionnées par rapport à leurs bords, avant d'être introduites dans la presse par un système de transport de barres à pinces entraînés par un convoyeur à chaînes pour y subir l'opération de découpage/rainage/gaufrage. Les déchets constitués des zones non utilisées de la feuille comme les bandes arrières et les côtés sont enlevés et les poses (feuilles découpées) sont empilées en un seul tas sur une palette.



Figure 1 - Vue d'ensemble de la « Commercial 106 » (document Bobst)

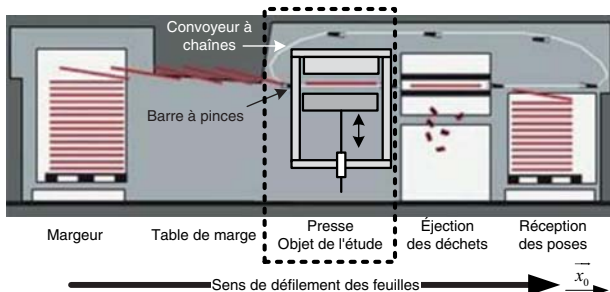


Figure 2 - Machine de façonnage à plat (document Bobst)

Filière TSI

B - « La problématique »

Le packaging revêt aujourd'hui un aspect fondamental dans la mise en valeur des produits de grande consommation. Pour répondre à la demande des industriels de l'emballage, la société Bobst a développé un produit capable de façonner une grande diversité de supports. Cette machine permet de découper l'ensemble des feuilles de formats et caractéristiques standards. Les principales caractéristiques de la presse sont données ci-dessous :

Capacités	
Format maximal de feuille :	$(L_1 = 1060 \text{ mm}) \times (L_2 = 740 \text{ mm})$
Format minimal de feuille :	$(L_1 = 350 \text{ mm}) \times (L_2 = 300 \text{ mm})$
Épaisseur maximale de la feuille :	4 mm
Cadence de production maximale :	7700 feuilles/heure
Effort de coupe maximum :	$2,6 \cdot 10^6 \text{ N}$

La figure 3 schématise les différentes opérations qui peuvent être réalisées sur une pose :

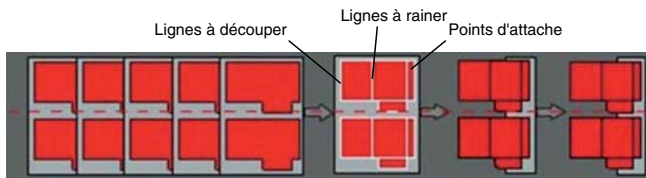


Figure 3 - Organisation des poses

- ligne à découper : cette zone est entièrement découpée ;
- ligne à rainer : dans cette zone, l'outil écrase les fibres de la feuille pour faciliter le pliage ;
- points d'attache : ce sont de fines zones non découpées qui évitent que la feuille ne se disloque une fois façonnée.

Le contour des poses est découpé par des filets coupeurs dans la presse, alors que les lignes de pliage sont marquées par des filets refouleurs au cours de la même opération. Pour éviter que la feuille ne se disloque une fois découpée, les

filets coupeurs sont préalablement entaillés au droit de chaque jointure de poses. Ainsi toutes les poses restent fragilement maintenues entre elles par des ponts de matière.

La presse, figure 4, comprend un bâti constitué d'une traverse inférieure et d'une traverse supérieure reliées entre elles par des montants latéraux. La feuille à découper est prise entre deux sommiers. Le sommier supérieur est fixé sur la traverse supérieure. Le sommier mobile inférieur est animé, pour chaque cycle de travail, d'un mouvement alternatif de montée et de descente à l'aide d'un dispositif d'entraînement.

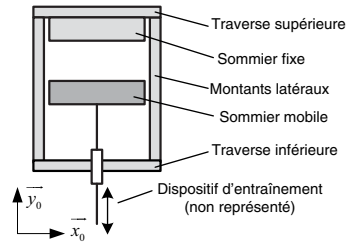


Figure 4 - Schéma de la presse

Aussi, compte tenu des différentes opérations à réaliser sur la feuille, il est impératif pour que la qualité du travail soit constante sur toute sa surface, de maintenir un parallélisme rigoureux entre le sommier mobile et le sommier fixe (cf extrait du cahier des charges ci-dessous).

Qualification	Critère	Valeur	Limite
Assurer la qualité de la découpe	Respect du parallélisme	0, 3 mm	0

L'étude qui suit vous propose d'identifier les causes des erreurs de parallélisme, et d'analyser les solutions techniques retenues pour y remédier. Elle se décompose de la façon suivante :

- identifier et quantifier les causes de l'erreur de parallélisme (Partie C),
- vérifier que les solutions constructives retenues permettent le réglage du parallélisme entre les deux sommiers (Partie D),
- choisir, à partir de l'étude d'un cycle de fonctionnement, les instants où le réglage est possible (Partie E),
- caractériser la chaîne d'acquisition (Partie F),
- déterminer la puissance de l'actionneur de réglage du parallélisme (Partie G),
- identifier l'ensemble servomoteur de réglage associé à la partie opérative de la presse (Partie H),
- régler la chaîne d'asservissement de l'ensemble du système (Partie I).

Remarque : toutes les parties sont indépendantes.

C - Mise en évidence du défaut de parallélisme

L'objectif de cette partie est d'évaluer les contributions respectives du sommier et des montants à la déformation totale de la structure.

L'effort de découpe provoque une déformation de la structure. On suppose que cette déformation résulte de l'élasticité des montants latéraux et du sommier fixe associé à la traverse supérieure que l'on assimile en première approximation, respectivement, à deux ressorts de compression et à une poutre droite, figure 5. Des essais expérimentaux ont montré que les défauts de découpe apparaissent lors d'une déformation dissymétrique de la structure ce qui correspond à une feuille de dimension L_2 plus petite que le sommier. Le bord de la feuille à découper est centré dans le sens transversal (direction z_0) par rapport au sommier, ce qui justifie a priori le choix d'un modèle dans le plan $(A, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$ pour étudier le mécanisme.

Par ailleurs, la feuille est mise en position par la barre à pince en aval de la presse repérée par le point B dans le sens longitudinal (direction x_0). Afin de simplifier l'étude, on se place en statique avec une charge appliquée égale à la force de découpe maximale $F_{\max} = 2,6 \cdot 10^6 \text{ N}$ exercée sur une feuille de format $(L_1 = 350 \text{ mm}) * (L_2 = 300 \text{ mm})$. L_1 et L_2 sont les dimensions respectivement transversale (suivant \vec{z}_0) et longitudinale (dans le sens de défilement suivant \vec{x}_0).

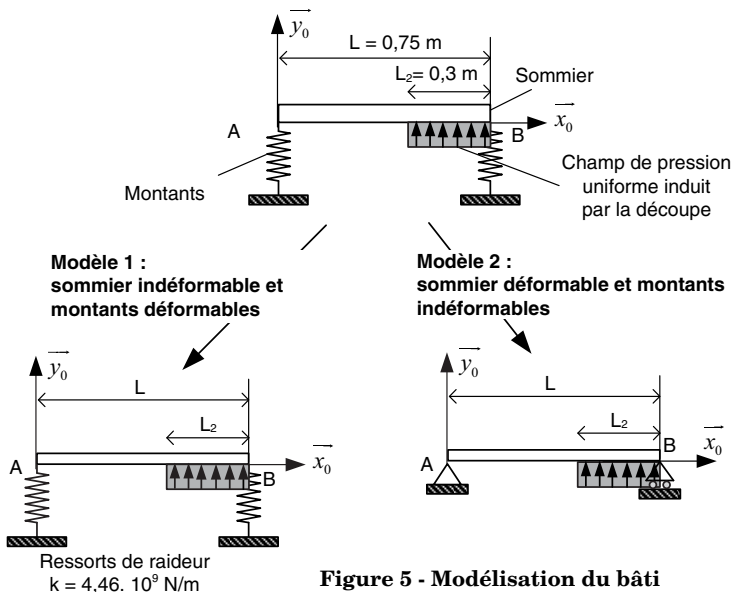


Figure 5 - Modélisation du bâti

Le comportement linéaire de ce système déformable permet d'utiliser le principe de superposition en scindant l'étude en deux parties (figure 5). On considère d'abord les déformations des ressorts en supposant le sommier indéformable

(modèle n_1) puis inversement en prenant les montants indéformables et le sommier assimilé à une poutre droite sollicitée en flexion (modèle n_2).

Q1 - Déterminer l'expression littérale de la pression surfacique notée p en la supposant uniforme sur toute la surface de la feuille lors de la découpe. Faire l'application numérique.

Q2 - Calculer les expressions littérales des déplacements v_A et v_B des extrémités A et B suivant \vec{y}_0 de la poutre indéformable en utilisant les paramètres définis sur le modèle n_1 . Faire l'application numérique.

Q3 - Tracer sur la figure 10 du document réponse le déplacement du sommier obtenu à l'aide du modèle n_1 .

Q4 - Tracer les diagrammes de sollicitations internes (effort tranchant et moment fléchissant) dans le sommier assimilé à une poutre droite en fonction des paramètres définis sur le modèle n_2 .

Q5 - Expliquer comment, à partir des sollicitations internes de la question Q4, on peut obtenir le déplacement $v(x)$ de la figure 6 résultant uniquement du modèle n_2 .

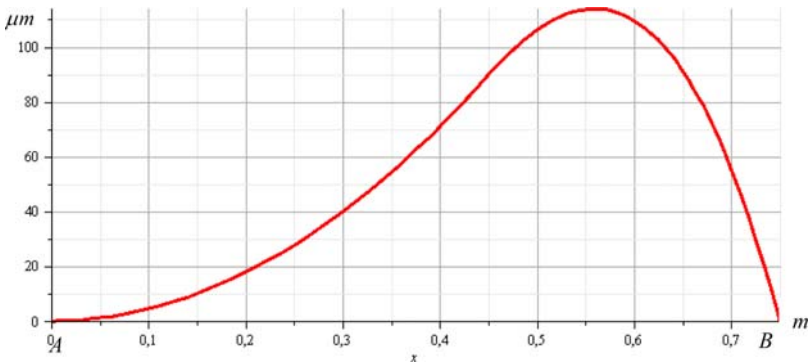


Figure 6 - Déplacement vertical entre les points A et B du sommier du modèle 2

Q6 Sur la figure 10 du document réponse, compléter le tracé de la question Q3, en y ajoutant le déplacement de la figure 6. On obtient ainsi le déplacement résultant de l'association des modèles n_1 et n_2 . Estimer le défaut de parallélisme et conclure quant à la conformité avec l'extrait du cahier des charges relatif au respect du parallélisme (erreur $< 0,3$ mm) .

D - Réglage du défaut de parallélisme

L'objectif de cette partie est de valider la solution technique retenue par le constructeur pour assurer la fonction réglage du parallélisme.

L'erreur de parallélisme entre les deux sommiers, due aux déformations de la structure, est corrigée en pré-inclinant le sommier mobile. La figure 7 représente le mécanisme de réglage (6) du parallélisme et le mécanisme de transformation du mouvement de rotation de l'arbre à cames (1) en un mouvement de translation alternatif du sommier mobile (4). Le plan $(E, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$ est un plan de symétrie des mécanismes. Le point B reste en contact permanent avec le profil 1. Le point B' reste en contact permanent avec le profil 2.

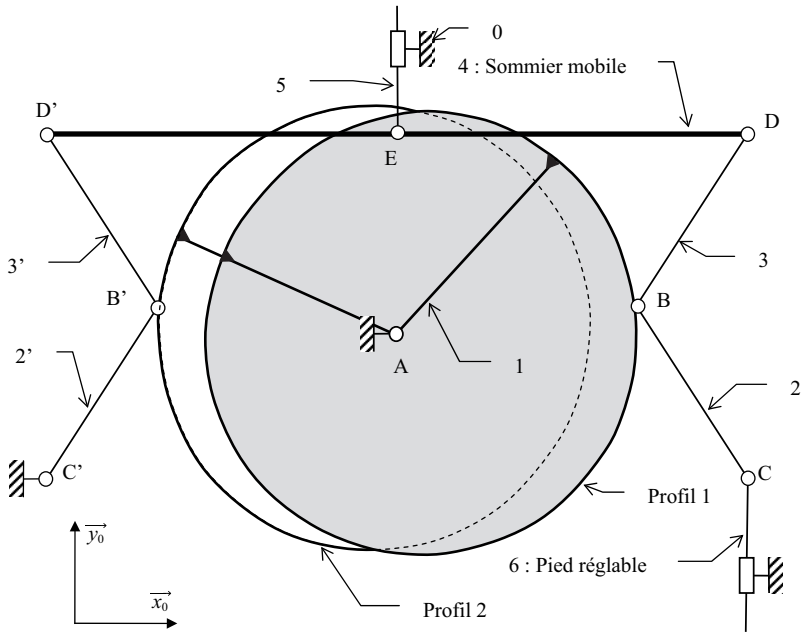


Figure 7 - Mécanisme de réglage de parallélisme et dispositif d'entraînement du sommier mobile

Q7 - La figure 7 représente le mécanisme avec le sommier au point mort haut. Sur le document réponse, les cames ont effectué une rotation de 180° . Compléter ce document réponse (les pièces à positionner sont représentées à l'échelle au début de la question Q7 du document réponse) en traçant les genouillères (2), (2'), (3), (3') et le sommier mobile (4). La position obtenue est-elle particulière ?

Q8 - Pour cette question, l'arbre à cames (1) est supposé fixe par rapport au bâti (0). Compléter le document réponse, en déterminant graphiquement la position du point C (du pied réglable (6)). Déduire ce qui précède l'élément sur lequel il faut agir pour pré-incliner le sommier mobile.

E - Repérage des différentes phases de fonctionnement

L'objectif de cette partie est d'étudier le cycle de fonctionnement de la presse pour estimer le temps de réglage disponible.

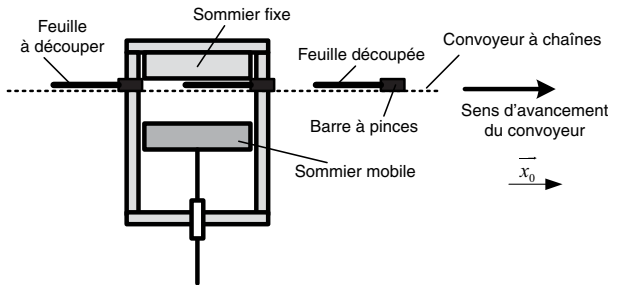
Q9 - Nous allons déterminer sur le cycle de fonctionnement les durées des principales opérations (découpe, transfert, réglage).

a) Calculer la durée d'un cycle pour la cadence de production maximale de 7700 feuilles par heure et en déduire l'échelle temporelle des graduations de la figure 11 du document réponse.

b) Toujours à l'aide de la figure 11, déterminer la course totale du sommier mobile.

c) La fin de la phase de découpe d'une feuille ou d'un carton doit correspondre exactement au point mort haut du sommier mobile. Sachant que l'épaisseur maximale d'un carton est de 4 mm, déterminer la durée de la découpe.

d) Pour évacuer la feuille découpée et amener la prochaine feuille à l'aide des barres à pinces reliées au convoyeur à chaînes, il faut disposer d'un espace suffisant entre les deux sommiers pour permettre le passage des barres à pinces.



Sachant que l'encombrem-

ent vertical d'une barre à pinces est de 2 cm, que sa vitesse moyenne de déplacement horizontal (suivant \vec{x}_0) lors d'un transfert est de 10 ms^{-1} et que la longueur du sommier est de 750 mm, repérer, sur la figure 11, l'intervalle de temps nécessaire au transfert des feuilles.

e) Conclure quant au temps disponible sur le cycle pour effectuer le réglage automatique du parallélisme.

Les résultats précédents nous obligent à effectuer la mesure de l'erreur de parallélisme au point mort haut et mémoriser cette valeur qui servira à produire la consigne de réglage de la feuille suivante. On dispose de 0,3 s au voisinage du point mort bas pour effectuer ce réglage.

Qualification	Critère	Valeur	Limite
Régler le parallélisme	Temps de réglage	0,2 s	+ 0,1 s

F - Chaîne de mesure de l'erreur de parallélisme

L'objectif de cette partie est d'étudier le dimensionnement de la chaîne de mesure de l'erreur de parallélisme ainsi que la génération de la consigne de correction.

La distance entre le sommier mobile et le sommier fixe est mesurée à l'aide d'un capteur laser dont la résolution est de $1\mu\text{m}$. On pourra négliger le temps d'acquisition. Le capteur de position fournit l'image de la distance entre le sommier fixe et le sommier mobile sous forme d'une tension ($0 - 5\text{ V}$). Cette tension est ensuite mise à l'échelle et filtrée par le conformateur. Après conversion, la valeur de l'erreur de parallélisme est traitée par le micro-contrôleur pour générer la consigne de position à imposer au système de réglage du pied mobile. Un dispositif à came génère les tops de synchronisation des conversions numérique analogique et analogique numérique respectivement avec le point mort haut et le point mort bas du sommier mobile.

Le conformateur assure deux fonctions, une fonction de mise à l'échelle et une fonction de filtrage du bruit d'entrée. En effet, compte tenu de l'environnement dans lequel opère ce dispositif de mesure, il est nécessaire pour assurer la précision de réglage imposée par le cahier des charges de filtrer le signal de sortie du capteur avant son entrée dans le convertisseur analogique numérique pour en éliminer les bruits parasites. Nous supposons pour simplifier l'étude, que le signal issu du capteur de position est sinusoïdal.

Q10 - En justifiant en quelques mots votre réponse, indiquer quel type de filtre il faut utiliser pour mettre en forme le signal du capteur.

Q11 - Le schéma suivant représente le filtre du conformateur.

Montrer que la transmittance du filtre peut se mettre sous la forme :

$$\frac{V_a}{V_c} = \underline{H}(j\omega) = \frac{K}{\left(1 + \frac{j\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

Exprimer $\underline{H}(j\omega)$ en fonction des éléments du montage.

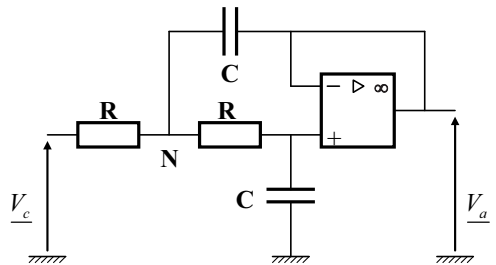


Figure 8 - Schéma du conformateur

Q12 - Calculer la fréquence f_M maximale du signal issu du capteur.

Q13 - Tracer le diagramme asymptotique de gain de $\underline{H}(j\omega)$. Calculer la pulsation de coupure du filtre de telle sorte que ω_0 se situe à deux décades de la fréquence maximale du signal de mesure. En déduire la valeur de R pour

$C = 100 \text{ nF}$. Ce filtre constitue-t il une réponse conforme au cahier des charges ? On choisira des valeurs de la série $E12$ pour R .

Série $E12$: 10 - 12 - 15 - 18 - 22 - 27 - 33 - 39 - 47 - 56 - 68 - 82

G - Caractéristiques dynamiques de l'actionneur de réglage

L'objectif de cette partie est d'estimer la charge supportée par un pied réglable en vue du dimensionnement du moteur associé.

G.1) Efforts mis en jeu dans la liaison du pied réglable

Pour corriger le défaut de parallélisme on utilise le pied (6) réglable relié au bâti (0) par une glissière (figure 7). L'étude qui suit nous fournit une première estimation de l'effort supporté par le pied réglable (6).

Q14 - En phase de réglage, l'effort de découpe n'intervient pas et la relation entre les vitesses du pied réglable $\vec{V}_{C6/0}$ et du sommier mobile $\vec{V}_{E4/0}$

s'écrit $\vec{V}_{E4/0} \approx r \cdot \vec{V}_{C6/0}$ avec $r = \frac{1}{3}$.

Si on néglige les frottements et le poids des pièces par rapport à celui du sommier mobile (4), on montre qu'à vitesse constante, la puissance de l'action de pesanteur ($\vec{g} = -g\vec{y}_0$) appliquée au sommier mobile (de centre d'inertie E et de masse m_4) est opposée à la puissance de l'effort exercé par le pied réglable (6) sur la biellette (3), notée $Y_{63}y_0$. En déduire l'expression de Y_{63} en fonction de g , r et m_4 .

G.2) Modélisation de l'actionneur du mécanisme de réglage

Le principe de réglage du pied (6) est donné par le schéma cinématique de la figure 9.

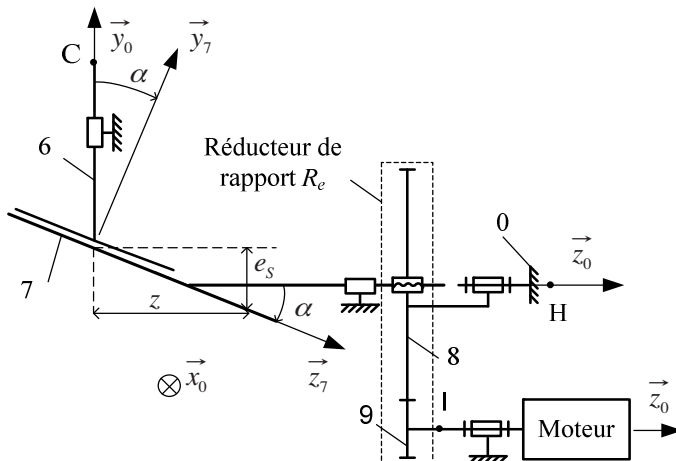


Figure 9 - Schéma cinématique du pied de réglage

L'actionneur entraîne la rotation de l'arbre (9) qui engrène avec (8). La rotation de (8) provoque le déplacement du plan incliné (7) sur lequel glisse le pied réglable (6). Les principales caractéristiques de cette transmission de puissance sont :

- un moteur électrique à courant continu de vitesse $\dot{\theta}_m$ et de couple C_m ;
- un ensemble constitué du rotor et de l'arbre (9) équilibré par rapport à l'axe de rotation (I, \vec{z}_0) de moment d'inertie J_9 par rapport à ce même axe et de masse M_9 ;
- un réducteur de rapport R_e constitué des pignons (9) et (8) présentant respectivement $Z_9 = 13$ et $Z_8 = 130$ dents ;
- un écrou solidaire du pignon (8) équilibré par rapport à l'axe de rotation (H, \vec{z}_0) de moment d'inertie J_8 par rapport à ce même axe et de masse m_8 ;
- une vis à billes de pas réduit $h = \frac{p_v}{2\pi}$ (avec $p_v = 2$ mm) , solidaire du plan incliné (7) d'un angle $\alpha = (\vec{z}_0, \vec{z}_7) = 6^\circ$ et de masse m_7 ;
- le pied réglable (6) est de masse négligeable ;

Toutes les liaisons sont supposées parfaites.

Q15 - Appliquer le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble $\{6, 7, 8, 9\}$ et montrer que la relation entre le couple moteur C_m et la charge $-Y_{63, y_0}$ supportée par le pied (6) peut s'écrire $J_{eq} \ddot{\theta}_m = C_m - C_r$. Préciser les expressions littérales de J_{eq} et C_r (avec $C_r = f(Y_{63})$).

H - Modélisation du servomoteur à courant continu

L'objectif de cette partie est de choisir un modèle pertinent du moteur à courant continu et de le valider à partir de relevés expérimentaux, modèle qui sera utilisé pour le réglage des paramètres de l'asservissement.

On donne le moment d'inertie de la chaîne cinématique ramené à l'arbre moteur $J_{eq} = 0,306 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.

Les caractéristiques du moteur utilisé pour entraîner le dispositif de réglage du sommier sont les suivantes :

- résistance de l'induit $R = 0,50 \Omega$;
- constante de couple et de vitesse $K = K_1 = K_V = 0,244 \text{ S} \cdot \text{I}$;
- inductance de l'induit $L = 1 \text{ mH}$;

Par ailleurs, on suppose que les frottements sont négligeables. On rappelle enfin les équations symboliques qui décrivent le fonctionnement du moteur :

- Équations électriques :

$$U_c(p) = (R + Lp)I(p) + E(p) ;$$

$$E(p) = K_V \Omega(p) ;$$

$$C_M(p) = K_I I(p) .$$

- Équation mécanique :

$$J_{eq} p \Omega(p) = C_M(p) - C_R(p) \text{ obtenue en Q15.}$$

Cette équation prend en compte tous les éléments de la chaîne fonctionnelle (moteur + pied de réglage).

Q16 - La figure 13 du document réponse représente le relevé expérimental de la réponse de la chaîne fonctionnelle à un échelon unitaire de la tension $U_c(p)$ dans le cas où $C_r(p)$ est nul.

Identifier cette réponse à un premier ordre. Déterminer graphiquement les paramètres caractéristiques du modèle.

Nous allons maintenant établir le modèle de connaissance du moteur afin de le confronter au modèle de comportement que nous venons d'établir.

Q17 - Compléter le schéma fonctionnel du moteur et de sa charge proposé dans le document réponse (figure 12).

Q18 - Montrer que l'on peut écrire $\Omega(p)$ sous la forme :

$$\Omega(p) = H_1(p) \cdot U_c(p) + H_2(p) \cdot C_r(p)$$

Donner les expressions littérales de $H_1(p)$ et $H_2(p)$.

On étudie maintenant l'évolution du système autour d'un point de fonctionnement vis-à-vis de la consigne U_c . Dans ces conditions le couple résistant est supposé constant. En conséquence on posera $C_r(p) = 0$ pour la suite.

Q19 - Montrer que la fonction de transfert en boucle ouverte peut se mettre sous la forme :

$$T_{MB0} = \frac{1}{\tau_M p (1 + \tau_E p)} .$$

Donner les expressions de τ_E et τ_M en fonctions des paramètres du système.

Application numérique : calculer τ_E et τ_M .

Q20 - Exprimer $H_1(p)$ en fonction de τ_E , τ_M et K . Ce résultat est-il compatible avec le tracé obtenu expérimentalement ?

Dans la suite du problème on admettra que $H_1(p)$ s'écrit : $H_1(p) = \frac{G_0}{1 + \tau_M p}$

I - Étude de la boucle de position

L'objectif de cette partie est de régler le correcteur de l'asservissement de position des pieds de réglage pour que le déplacement s'effectue dans le temps imposé par le cahier des charges établi dans la Partie E, question Q9.

Le moteur à courant continu entraîne la cale de réglage du parallélisme du sommier par l'intermédiaire d'un réducteur de rapport de réduction R_e , et d'un système vis écrou dont le pas réduit est noté

$$h = \frac{p_v}{2\pi} \text{ en } \text{mm} \cdot \text{rad}^{-1} .$$

$Z(p)$ correspond au déplacement de la cale suivant l'axe \hat{z}_0 , et $E_s(p)$ au déplacement vertical du sommier suivant \hat{y}_0 en C . Ces différents éléments sont définis sur la figure 9. On appelle $E_c(p)$ la tension de consigne de correction du parallélisme entre le sommier et la presse au point mort bas. La position e_s est mesurée par un capteur de position de gain T_{cap} . L'unité utilisée pour e_s est le mm.

Le moteur à courant continu est alimenté par un convertisseur qui sera considéré comme un gain pur, noté $K_H = 20$.

Q21 - Compléter sur le document réponse (Figure 14) le schéma bloc de l'asservissement de position.

Q22 - Exprimer la relation qui lie z et e_s . En déduire l'expression de $K_Z = \frac{e_s}{z}$ (vous pourrez vous reporter à la figure 9). Faire l'application numérique.

Q23 - Montrer que le schéma bloc de la figure 14 peut se mettre sous la forme d'un système bouclé à retour unitaire. Dans la suite du problème on prendra pour fonction de transfert du capteur de position $T_{cap} = 1 \text{ volt} \cdot \text{mm}^{-1}$.

Q24 - Exprimer $F_{TBO}(p)$, fonction de transfert de la zone entourée d'un pointillé sur la figure 14. La mettre sous la forme $F_{TBO}(p) = C(p) \cdot \frac{G}{D(p)}$. Calculer G .

Q25 - Tracer le diagramme asymptotique de Bode de la phase et du gain de $F_{TBO}(p)$.

Q26 - La correction de parallélisme doit se faire pendant le point mort bas. Cette phase de fonctionnement ne dure pas plus de 0,3 s. Pour satisfaire à cette exigence il faut que le système en boucle fermée présente les caractéristiques minimales suivantes :

- valeur du premier dépassement en régime indiciel : $D\% \leq 20\%$;
- instant du premier maximum en régime indiciel ; $T_m \leq 0,1 \text{ s}$;
- coefficient d'amortissement : $\xi \geq 0,6$;

Une première analyse nous conduit à imposer à la fonction de transfert en boucle ouverte du système corrigé les caractéristiques suivantes :

- un gain de 0 dB pour $\omega_0 = 40 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$;

- une marge de phase de 60° .

Nous allons donc déterminer dans ces conditions les paramètres de $C(p)$. Le correcteur $C(p)$ est de la forme

$$C(p) = K_c \frac{(1+aTp)}{(1+Tp)} \text{ avec } a > 1.$$

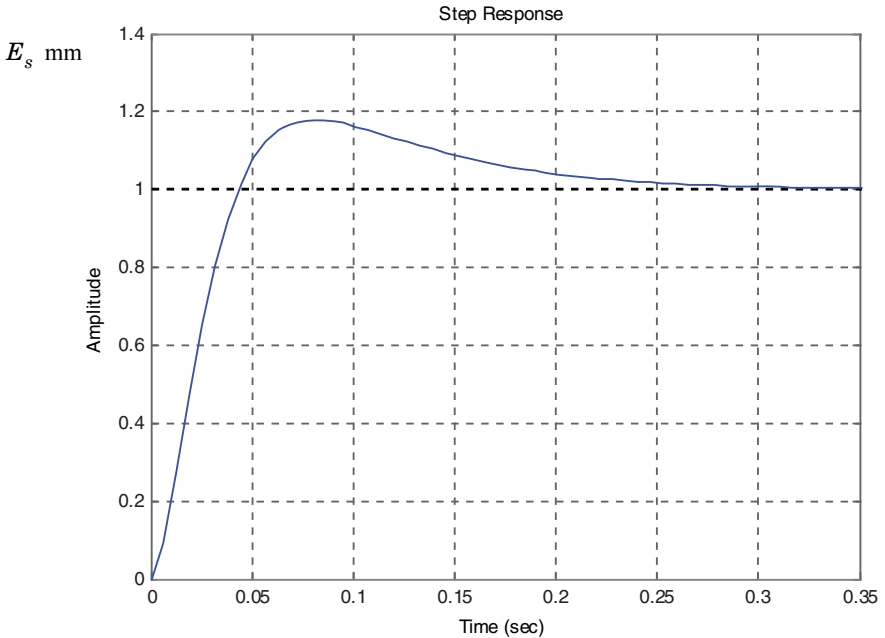
Montrer que la pulsation pour laquelle la phase de $C(p)$ est maximale s'écrit

$$\omega_M = \frac{1}{T\sqrt{a}}.$$

Lorsque $\omega = \omega_M$, la phase du correcteur est $\sin(\varphi_M) = \frac{a-1}{a+1}$. En choisissant $\omega_M = \omega_0$ calculer a et T .

Enfin on détermine K_c en imposant un gain de 0 dB à la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée lorsque la pulsation est égale à la pulsation ω_0 . Calculer K_c .

Q27 - La figure ci-dessous représente la réponse à un échelon unitaire de position du système corrigé.



En reprenant les éléments du cahier des charges initial, conclure quant à l'efficacité du réglage de parallélisme des deux sommiers.

••• FIN •••
