



CONCOURS CENTRALE•SUPÉLEC

Mathématiques 1

Oral

MP

Soient E un \mathbb{C} -espace vectoriel de dimension finie, u et v deux endomorphismes de E .

1. On suppose dans cette question et dans la suivante que $u \circ v - v \circ u = u$.

Montrer que $\ker(u)$ est stable par v .

2. Montrer que $\ker(u) \neq \{0\}$.

On pourra raisonner par l'absurde et utiliser la trace.

En déduire que u et v ont un vecteur propre commun.

3. On suppose maintenant que $u \circ v - v \circ u \in \text{Vect}\{u, v\}$.

Montrer qu'il existe une base de E dans laquelle les matrices de u et v sont triangulaires supérieures.