

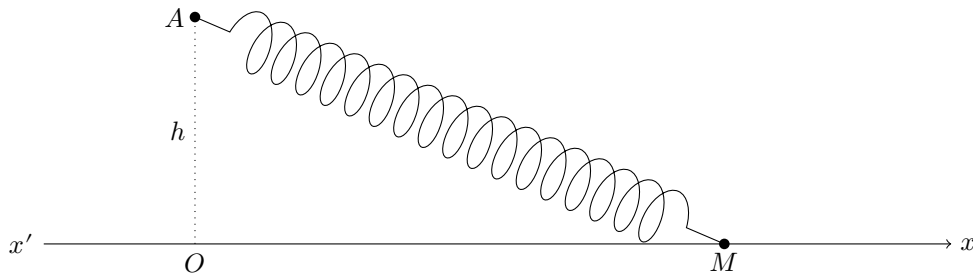


### Modèle pour un alliage métallique

1. Dans un cristal métallique à structure cubique à faces centrées, on peut former un *alliage d'insertion* lorsqu'un atome **A** peut occuper un des sites tétraédriques de la structure. Ce type d'alliage se rencontre notamment dans le cas de carbures (TiC, ZrC) ou d'hydrures (de platine par exemple).

Représenter sur un schéma la formation d'un tel alliage. Pourquoi observe-t-on un alliage de ce type lorsque l'atome inséré (carbone, hydrogène) est de rayon assez faible ?

2. Un atome ainsi inséré peut osciller entre deux sites d'insertion adjacents, d'abscisses  $x = \pm x_0$  ; on n'étudie dans la suite que des oscillations le long de l'axe  $x$  et on note  $m$  la masse de l'atome oscillant. On cherche à modéliser une telle situation au moyen du dispositif mécanique très simple suivant : un mobile  $M$  de masse  $m$  est astreint à se déplacer le long de l'axe horizontal ( $x'x$ ), sous l'action d'un ressort élastique de raideur  $k$  et de longueur à vide  $\ell_0$  ; ce ressort est fixé à un point d'attache  $A$  dont on peut régler la distance  $h$  à l'axe du mouvement.



Justifier l'analogie avec les oscillations dans un alliage d'insertion, au moins si  $h$  est assez faible (préciser).

3. Les solutions des équations du mouvement peuvent être observées numériquement au moyen du script Python associé, pour des conditions initiales  $x_0 = x(0)$  et  $v_0 = \dot{x}(0)$ , où  $x$  est l'abscisse de  $M$  avec pour origine  $O$  le projeté orthogonal de  $A$  sur l'axe du mouvement. Observer le résultat de la simulation proposée. On pourra
  - pour les valeurs initialement proposées faire d'abord varier  $x_0$  (réglable en m) entre 45 cm et 90 cm ;
  - étudier l'influence de la valeur de  $h$  (réglable en m), sur la nature du mouvement ;
  - étudier l'influence du paramètre  $\nu$  (réglable en  $s^{-1}$ ) sur la nature du mouvement ;

et d'une manière générale utiliser la simulation autant que nécessaire, pour répondre notamment aux questions suivantes.

- a. La position  $x = 0$  est-elle une position d'équilibre ? Est-elle stable ?
  - b. Les oscillations du mobile sont-elles périodiques ? sont-elles harmoniques ?
4. a. Déterminer l'équation différentielle du *premier ordre* qui régit le mouvement, en l'absence de tout frottement.  
b. Vérifier la conformité des résultats du calcul mené avec les valeurs numériques issues de la simulation.  
c. Comment évolue la pseudo-pulsation  $\omega$  des petits mouvements autour de l'équilibre stable en fonction du paramètre  $\alpha = \ell_0/h$  ?

**Il sera accordé une grande importance aux qualités d'exposition. Le candidat est invité, dès le début de son passage au tableau, à présenter le sujet préparé de manière ordonnée et argumentée.**