



CONCOURS CENTRALE•SUPÉLEC

# Mathématiques 1

Oral

PSI

On considère une suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  de réels strictement positifs, on suppose que  $u_n \xrightarrow[n \rightarrow +\infty]{} 0$ .

On note :

$$I = \left\{ x \in \mathbb{R}, \sum u_n^x \text{ converge} \right\}$$

1. Montrer que  $I$  est vide ou alors un intervalle de  $\mathbb{R}^{+,*}$  (illustrer par des exemples concrets).
2. On suppose que  $I \neq \emptyset$  et on note

$$f : \begin{cases} I \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \sum_{n=0}^{+\infty} u_n^x \end{cases}$$

Étudier la continuité de  $f$  et ses limites aux bornes.