



On se place dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{e}_1, \vec{e}_2)$.

Soit pour tout entier naturel n :

$$x_n(t) = 4 \cos t - \cos(nt)$$

$$y_n(t) = 4 \sin t - \sin(nt)$$

On note $\mathcal{C}_n = \{(x_n(t), y_n(t)), t \in [0, 2\pi]\}$.

1. Tracer les courbes \mathcal{C}_n pour n allant de 2 à 7.
2. À l'aide de la représentation graphique, préciser les éventuelles symétries et les prouver par le calcul.
3. Pour quelle(s) valeur(s) de n , la courbe \mathcal{C}_n admet-elle des points qui ne sont pas réguliers ?

Donner le temps de passage aux points non réguliers.

À l'aide d'un développement limité, déterminer l'allure de l'arc au voisinage de ces points.

4. On note ℓ_n la longueur de la courbe \mathcal{C}_n .

Soit M_n le point de coordonnées (n, ℓ_n) .

Représenter graphiquement la liste de points $(M_n)_{1 \leq n \leq 20}$.

5. Trouver un équivalent de ℓ_n pour n au voisinage de l'infini.