

Le télésiège « Vologne Express »

Un document réponse de quatre pages est à rendre avec la copie. Les notations et les valeurs numériques de l'ensemble des grandeurs utilisées dans le sujet sont fournies en fin d'énoncé.

Les questions **Q30** et **Q37** sont peu guidées et demandent de l'initiative de la part du candidat : leurs énoncés sont repérés par un soulignement du numéro. Il est demandé d'explicitier clairement la démarche et les choix. Le barème valorise la prise d'initiative et tient compte du temps nécessaire à la résolution de ces questions.

La station de tourisme de montagne de La Bresse - Hohneck est située dans le département des Vosges.



Figure 1 – Vue du bas des pistes de la station de La Bresse - Hohneck en hiver et des pistes de VTT en été.

Outre les activités historiques de ski, tant alpin que nordique, la station a développé depuis de nombreuses années des circuits balisés pour les promenades en raquettes, vélos tout terrain et cyclotourisme, ainsi que la randonnée : les domaines pour ces différentes activités sont accessibles de fin décembre à fin mars puis de fin avril à fin septembre.

Particulièrement connue pour la qualité et la diversité de ses circuits de vélo sportif, cette station a notamment accueilli une manche de la coupe du monde de VTT de descente et cross country en 2018. Elle a été également centre de préparation des sportifs lors des jeux olympiques de Paris 2024.

Les remontées mécaniques permettant l'accès à la partie haute de la station doivent être choisies pour permettre à la fois le transport des skieurs pendant la saison d'hiver mais également des randonneurs ou des vététistes avec leurs vélos pendant la saison d'été avec le minimum d'adaptation des nacelles. Parmi celles-ci, le télésiège débrayable à six places « Vologne Express » étudié dans ce sujet a été installé dans la station à l'été 2011 par l'entreprise française Poma, leader mondial de l'installation d'équipements de transports par câbles.

Le télésiège est constitué d'un câble qui entraîne $N = 72$ nacelles et qui se déroule entre deux gares en étant supporté par 11 pylônes (P_i) quasiment équirépartis sur toute la longueur du trajet, la partie motorisation est située en gare haute et la partie de mise en tension du câble par un ressort réglable en gare basse : voir synoptique en fin d'énoncé (pour des raisons de clarté, les nacelles montantes et descendantes n'ont pas été dessinées).

- Objectif -

L'objectif du sujet est d'analyser la configuration existante utilisant une motorisation à courant continu (MCC) afin d'envisager son remplacement par une motorisation asynchrone (MAS) telle qu'implantée dans les télésièges modernes : les valeurs nécessaires au choix du moteur remplaçant sont progressivement déterminées par les questions du sujet.

Le sujet aborde quelques-unes des problématiques de la conception d'un tel système :

- l'analyse de l'organisation du système d'entraînement des nacelles et la vérification du fonctionnement du moteur à sa vitesse nominale est faite en **Partie A** ;

- la vérification du dimensionnement en puissance du moteur sur une évolution critique de charge maximale et définie par l'exploitant est faite en **Partie B** ;
- l'étude de quelques problématiques du pilotage et de l'alimentation électrique du moteur à courant continu sont faites en **Partie C** ;
- la synthèse d'une correction permettant d'assurer un pilotage cohérent en vitesse sous une perturbation constante est mise en œuvre en **Partie D** ;
- enfin, dans l'objectif du remplacement de la motorisation, une analyse et choix d'une autre solution technologique, plus classique actuellement, est faite en **Partie E**.

Quelques exigences du client (la station de La Bresse - Hohneck) sont regroupées dans le diagramme de la figure 2, les durées d'accélération et de freinage de la sous-exigence Id = "1.1" étant définies vers et depuis la vitesse nominale.

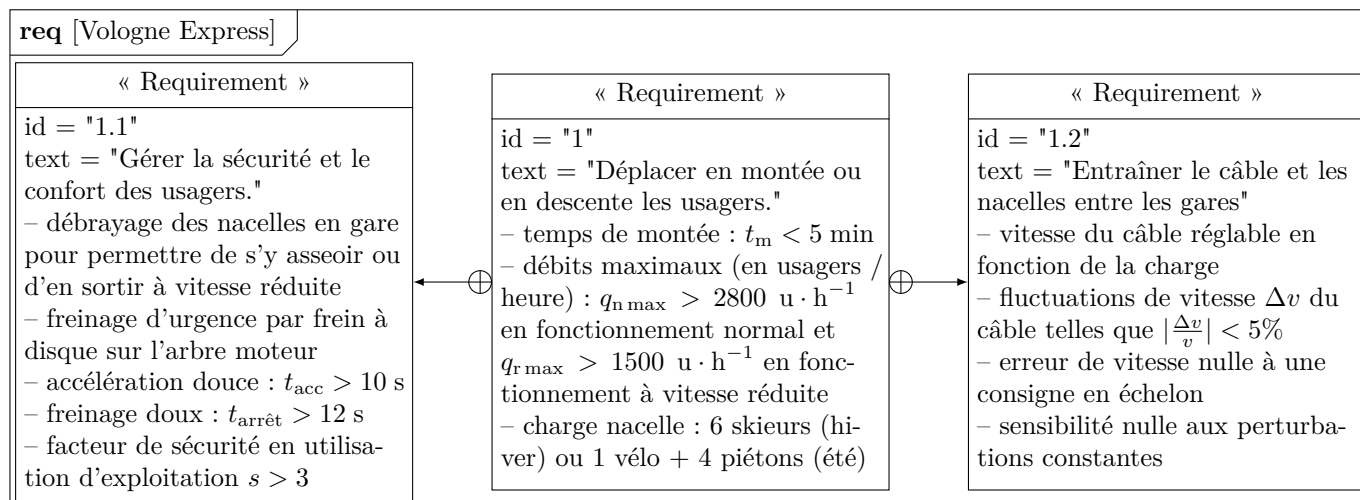


Figure 2 – Diagramme partiel des exigences (*Requirement Diagram*, identifiant **req**) du télésiège Vologne Express.

Les deux hypothèses suivantes sont faites pour tout le sujet :

- le câble ne glisse pas sur les poulies des deux gares grâce au système de mise en tension à ressort situé dans la gare basse, sa vitesse de déroulement, et donc celle des nacelles qui y sont accrochées, est alors proportionnelle aux vitesses de rotation des poulies ;
- et toutes les pertes sont négligées, en particulier celles induites par guidage du câble par les roues situées sur les onze pylônes répartis sur tout le trajet de montée ou de descente et dans les deux gares.

Partie A – Caractéristiques du télésiège « Vologne Express »

- Objectif

Afin de valider les exigences définies sur le diagramme de la figure 2 en termes de débit du télésiège afin que la montée soit suffisamment rapide tout en assurant la sécurité et le confort des passagers, il est nécessaire de vérifier certaines données techniques d'exploitation : c'est l'objet de cette partie.

I – Validation de l'exigence de débit

- Objectif

Le but de cette partie est de valider les performances en débit de ce système pour l'objectif d'exploitation en hiver.

Le télésiège comporte 33 nacelles en montée à chaque instant, pouvant chacune transporter 6 skieurs.

La vitesse de déplacement des nacelles est de $v_n = 5,08$ m · s⁻¹ (fonctionnement normal) ou de $v_r = 3,52$ m · s⁻¹ (fonctionnement à vitesse réduite) pour une longueur du trajet $L_p = 1217$ m : voir l'avant-dernière page de l'énoncé.

- Q1.** Déterminer les valeurs du temps t_m que met un skieur pour rejoindre le sommet et les débits maximaux $q_{n\max}$ et $q_{r\max}$ en usagers par heure lors d'un fonctionnement normal ou à vitesse réduite et comparer ces valeurs aux exigences du client (exigence id = "1" figure 2).

II – Étude de la transmission cinématique

- Objectif

Le but de cette partie est de déterminer le rapport k_{tp} de la chaîne cinématique reliant la vitesse ω_m de rotation du moteur (en $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$) et la vitesse v de déplacement des nacelles fixées au câble (en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) ainsi que la validation du comportement en configuration de secours avec l'alimentation par un moteur thermique diesel.

II.1 – Détermination du rapport de la chaîne cinématique

La valeur du rapport k_{tp} de la chaîne cinématique doit être précisément connu pour dimensionner le moteur d'une manière cohérente : pour la déterminer, deux méthodes sont proposées, l'une « externe » utilisant des mesures sur site, l'autre « interne » utilisant les données constructeurs disponibles dans la documentation technique.

Première méthode : détermination « externe » par les valeurs mesurées en situation

Q2. À partir des données fournies dans le tableau en fin d'énoncé, et sachant que le régime nominal du moteur correspond à la vitesse normale d'évolution, calculer la valeur numérique du rapport k_{tp} entre la vitesse v du câble qui entraîne les nacelles (en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) et la vitesse de rotation ω_m du moteur électrique (en $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$).

Seconde méthode : détermination « interne » par l'analyse de la chaîne cinématique

Une description en chaînes fonctionnelles (chaîne d'information et chaîne de puissance inter-connectées) de la commande d'axe assurant l'asservissement en vitesse du câble porteur est fournie sur le document réponse DR1.

Q3. Répondre sur le document réponse DR1. En utilisant les informations fournies sur l'avant-dernière page de l'énoncé et le diagramme de définition de blocs sur le document réponse, compléter les éléments manquants dans la description en chaînes fonctionnelles de l'asservissement de vitesse du câble.

Q4. Déterminer l'expression du coefficient k_{tp} défini question Q2 en fonction du diamètre D_h de la poulie de la gare haute et du rapport $k_{réd}$ du réducteur. Faire l'application numérique et valider la valeur trouvée précédemment.

II.2 – Configuration de secours

En configuration de secours, le câble est entraîné à la vitesse de $v_s = 1,25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ par le moteur diesel associé à un réducteur dédié, un coupleur de gain unitaire puis le réducteur principal (voir l'avant-dernière page de l'énoncé).

Q5. Déterminer la valeur de la vitesse de rotation N_s de ce moteur thermique, en $\text{tours} \cdot \text{min}^{-1}$, pour cette configuration de secours : est-elle compatible avec la valeur maximale possible ?

Partie B – Étude de l'exigence Id = 1.1 « gérer la sécurité et le confort des usagers »

- Objectif

La motorisation actuellement implantée est une machine à courant continu (MCC) et il est envisagé qu'elle soit remplacée par un moteur asynchrone (MAS), technologie majoritaire dans les télésièges récents.

Pour cela, il est indispensable de connaître les niveaux de puissance nécessaires pour que ce télésiège soit à la fois efficace et sécurisé pour les usagers : le but de cette partie est d'estimer la valeur du coefficient de sécurité adopté pour le dimensionnement du moteur électrique pour atteindre les performances en débit horaire d'usagers.

Les éléments mobiles du réducteur sont supposés de masses et inerties négligeables devant celles des autres éléments. Par ailleurs, le non glissement du câble entraîne, comme vu précédemment, $D_b \omega_b = D_h \omega_h$ avec $\omega_h = k_{réd} \omega_m$.

Moteur et poulies

Q6. Donner, en fonction de son inertie J_m et de sa vitesse de rotation ω_m , l'expression de l'énergie cinétique galiléenne $E_c(\text{mot}/0)$ du rotor du moteur.

Q7. Donner, en fonction des inerties J_b ou J_h et de leurs vitesses ω_b et ω_h , les expressions des énergies cinétiques galiléennes $E_c(\text{bas}/0)$ et $E_c(\text{haut}/0)$ des deux poulies assurant la mise en tension et l'entraînement du câble. En déduire l'expression de l'inertie équivalente $J_{\text{éq-poulies}}$ rapportée à l'axe moteur.

Câble et nacelles

L'étude faite en **Partie A** a permis d'établir la relation $v = k_{tp} \omega_m$ avec v la vitesse de déroulement du câble, et donc celle des nacelles qui y sont accrochées, et ω_m la vitesse de rotation du moteur où k_{tp} , en $m \cdot \text{rad}^{-1}$, est le coefficient déterminé aux questions **Q2** et **Q4**.

Le câble est de masse linéique λ et la distance entre les deux gares est L_p . On néglige les parties du câble dans les deux gares, donc lorsqu'il est en contact avec les poulies haute et basse : par conséquent, on peut considérer que le câble a globalement uniquement un mouvement de translation rectiligne, une moitié en montée, l'autre en descente.

Q8. Donner l'expression de l'énergie cinétique galiléenne $E_c(\text{mont}/0)$ de la portion de câble montant et $E_c(\text{desc}/0)$ de la portion de câble descendant. En déduire l'expression de l'inertie équivalente $J_{\text{éq-câble}}$ rapportée à l'axe moteur en fonction de la masse linéique λ , de la longueur d'un brin L_p et du coefficient k_{tp} .

À chaque instant, sur les $N = 72$ nacelles, 3 nacelles sont débrayées dans chaque gare et ne sont donc pas entraînées par le moteur électrique. Les 66 nacelles en mouvement sont positionnées de manière régulière sur le câble : par conséquent, la moitié est en montée, l'autre moitié est en descente.

La trajectoire des nacelles est assimilée à une droite inclinée d'un angle α par rapport à l'horizontale (voir avant-dernière page de l'énoncé). Chaque nacelle est d'une masse à vide M_n et peut transporter une charge M_c .

Le cas de référence choisi pour le dimensionnement est celui d'une configuration extrêmement contraignante où toutes les nacelles montantes sont à pleine charge et toutes les nacelles descendantes n'ont aucune charge transportée.

Q9. Déterminer, en fonction du nombre N de nacelles, de la masse M_n de chaque nacelle, de la masse M_c de la charge transportée et de la vitesse v , les énergies cinétiques galiléennes $E_c(\text{mont}/0)$ des $\frac{N}{2} - 3$ nacelles en montée et $E_c(\text{desc}/0)$ des $\frac{N}{2} - 3$ nacelles en descente. En déduire l'expression de l'inertie équivalente $J_{\text{éq-nacelles}}$ rapportée à l'axe moteur de cet ensemble mobile en fonction des grandeurs k_{tp} , M_c , M_n et N .

Ensemble en mouvement

Q10. Définir, en fonction des informations obtenues aux questions précédentes, l'expression de l'inertie équivalente $J_{\text{éq}}$ de l'ensemble motorisé rapporté à l'axe moteur puis déterminer son expression sous la forme

$$J_{\text{éq}} = J_m + \beta_1 \left(J_h + \beta_2 J_b + \mu_1 \lambda L_p + \mu_2 M_n + \mu_3 M_p \right)$$

en précisant les expressions des coefficients β_1 , β_2 et μ_1 à μ_3 en fonction de k_{red} , D_h , D_b et N . En utilisant les données fournies sur l'avant-dernière page de l'énoncé, calculer la valeur numérique de $J_{\text{éq}}$.

Puissance des actions mécaniques de pesanteur

Q11. Justifier sans calcul que la puissance des actions mécaniques de pesanteur sur le câble est nulle.

On rappelle que les nacelles montantes sont chargées et les nacelles descendantes ne transportent aucune charge.

Q12. Déterminer, en fonction de la masse M_c des charges dans les nacelles montantes, du nombre N de nacelles, du rapport k_{tp} de la transmission, de l'accélération de la pesanteur g et de l'angle α , l'expression de la constante \mathcal{C} telle que la puissance galiléenne de pesanteur sur les $\frac{N}{2} - 3$ nacelles en montée et pour les $\frac{N}{2} - 3$ nacelles en descente s'écrive sous la forme $\mathcal{P}(\text{pes} \rightarrow \text{nacelles}/0) = \mathcal{C} \omega_m$. Faire l'application numérique.

Évaluation de la puissance moteur

On isole l'ensemble (Σ) constitué des $N - 6$ nacelles entraînées par le câble, des deux poulies, du réducteur, du moteur électrique et du câble entraîné guidé par les deux poulies en gare et supporté sur les différents pylônes intermédiaires.

La puissance de la motorisation est notée $\mathcal{P}(\text{moteur} \rightarrow \text{poulie motrice}/0) = \mathcal{P}_{\text{m utile}}$.

On suppose qu'il n'y a pas d'autres pertes significatives de puissance sur l'ensemble du télésiège (ainsi, les pertes par glissement du câble, dans le réducteur, sur les pylônes, dans les différentes liaisons, etc. sont négligées).

Q13. Écrire le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble (Σ) et en déduire l'expression de la puissance moteur nécessaire $\mathcal{P}_{\text{m utile}}$ en fonction du coefficient \mathcal{C} et de la vitesse ω_m du moteur pour mouvoir le câble lors d'une évolution en régime stabilisé (donc à vitesse constante).

La charge limite, qui correspond à six skieurs de 108 kg dans chaque nacelle montante, n'est jamais atteinte en exploitation de ce télésiège : en pratique, la valeur limite vaut $\mathcal{C} \simeq -900 \text{ N} \cdot \text{m}$.

Q14. En déduire la valeur du facteur de sécurité sur le dimensionnement du moteur en exploitation lors d'une évolution à vitesse constante, défini par

$$s = \frac{\mathcal{P}_{m \text{ nom}}}{\mathcal{P}_{m \text{ utile}}} \quad \text{où} \quad \begin{cases} \mathcal{P}_{m \text{ nom}} \text{ est la puissance nominale du moteur implanté} \\ \mathcal{P}_{m \text{ utile}} \text{ est la puissance utile du moteur} \end{cases}$$

L'exigence Id = "1.1" (voir figure 2) de valeur de ce facteur pour le dimensionnement est-elle vérifiée ?

Partie C – Étude de l'exigence Id = "1.2" « entraîner le câble et les nacelles entre les gares »

- Objectif

Les vérifications des exigences sur le débit et le confort des passagers ont été réalisées par les études précédentes.

Il est maintenant nécessaire de déterminer les paramètres des éléments constituant la boucle d'asservissement non corrigée en vitesse du télésiège (moteur, préactionneur et capteur) dans le cas de la motorisation par moteur à courant continu (MCC) actuellement implantée : c'est l'objet de cette partie.

I – Estimation des grandeurs de la machine à courant continu en charge

- Objectif

La motorisation à courant continu implantée étant d'une puissance conséquente, les valeurs des paramètres (résistance, constantes de couplage, etc.) évoluent d'une manière non négligeable en fonction de la charge : le but de cette partie est d'estimer les valeurs des grandeurs associées au modèle de la machine à courant continu assurant la motorisation du télésiège en fonctionnement normal.

I.1 – Mise en place du schéma-bloc

La motorisation du système est faite par un moteur électrique à courant continu dont le comportement est modélisé par les quatre équations suivantes :

$$\begin{cases} (E_1) & u_m(t) = L \frac{di(t)}{dt} + R i(t) + e(t) \\ (E_2) & J_{\text{éq}} \frac{d\omega_m(t)}{dt} = c_m(t) + c_r(t) - f_{\text{éq}} \omega_m(t) \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} (E_3) & e(t) = k \omega_m(t) \\ (E_4) & c_m(t) = k i(t) \end{cases}$$

Dans ces équations :

- les grandeurs constantes sont la résistance R (en Ω) et l'inductance L de l'induit (en H), la constante de couplage k (en $\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1} = \text{V} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1}$) ainsi que l'inertie équivalente $J_{\text{éq}}$ (en $\text{kg} \cdot \text{m}^2$) et le frottement visqueux $f_{\text{éq}}$ (en $\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1}$) équivalents rapportés à l'axe moteur ;
- et les grandeurs variables sont la tension d'alimentation $u_m(t)$ (en V), l'intensité $i(t)$ consommée dans l'induit (en A), la vitesse de rotation $\omega_m(t)$ de l'arbre moteur (en $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$), la force contre-électromotrice $e(t)$ (en V) ainsi que le couple moteur $c_m(t)$ et le couple résistant équivalent rapporté à l'axe moteur $c_r(t)$ (en $\text{N} \cdot \text{m}$).

Des mesures sur site permettent de constater une faible influence de l'inductance L et du frottement visqueux équivalent rapporté à l'axe moteur $f_{\text{éq}}$: par conséquent, les équations (E_1) et (E_2) sont simplifiées en négligeant respectivement les termes $L \frac{di(t)}{dt}$ et $f_{\text{éq}} \omega_m(t)$ devant les autres termes de chaque équation.

Q15. Répondre sur le document réponse DR2. Compléter le schéma-bloc du document réponse dans le cadre de ces hypothèses simplificatrices. Déterminer ensuite les expressions canoniques et les unités des grandeurs associées pour les fonctions de transfert $H_m(p)$ et $H_r(p)$ telles que

$$\Omega_m(p) = H_m(p) U_m(p) + H_r(p) C_r(p)$$

I.2 – Estimation des grandeurs du modèle par des mesures sur site

Comme indiqué précédemment, les valeurs des grandeurs du modèle de la machine à courant continu dépendent de la configuration : une mesure en situation d'utilisation en charge est donc indispensable.

Estimation des valeurs de la résistance et de la constante de couplage

En régime permanent en charge, les grandeurs fournies dans le tableau de la figure 3 ont été mesurées.

Configuration	Tension d'alimentation (V)	Vitesse angulaire (tours · min ⁻¹)	Intensité consommée (A)
Petite vitesse	265,2	840	284,9
Grande vitesse	400,0	1267	429,7

Figure 3 – Mesures effectuées sur le système en évolution en régime permanent.

Q16. Répondre sur le document réponse DR3. À partir des valeurs obtenues sur ces deux essais, déterminer les valeurs des éléments a_{ij} de la matrice A et b_i du vecteur B tels que

$$\underbrace{\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}}_A \underbrace{\begin{pmatrix} R \\ k \end{pmatrix}}_X = \underbrace{\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}}_B$$

Compléter les lignes de code pour résoudre cette équation matricielle, soient la bibliothèque Python à importer, les définitions de la matrice A et du vecteur B et finalement la détermination du résultat X .

Le calcul précédent permet d'obtenir un ordre de grandeur de la résistance R et de la constante de couple k .

Une série de mesures complémentaires permet d'estimer les valeurs moyennes de résistance $R = 15 \text{ m}\Omega$ et de constante de couple $k = 3 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$ pour les valeurs d'exploitation du télésiège, dont celle à la vitesse de référence de déplacement des nacelles $v_n = 5,08 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ correspondant à la vitesse nominale du moteur électrique. Ces valeurs, supposées valides pour toutes les vitesses inférieures à v_n , sont utilisées dans la suite.

Estimation des valeurs du couple résistant équivalent et de l'inertie équivalente rapportée à l'axe moteur

On étudie la phase d'arrêt sans frein lors de la montée : l'alimentation est coupée et seuls les effets inertiels et les pertes participent au ralentissement puis à l'arrêt du déplacement des nacelles.

L'allure lissée de la courbe d'évolution de la vitesse du moteur, imposée par des conditions de sécurité associées à la configuration du télésiège, est fournie figure 4.

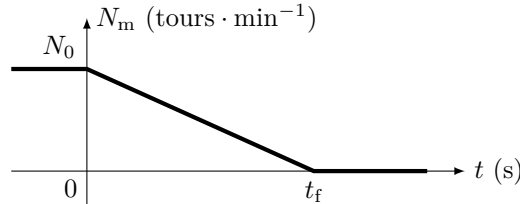


Figure 4 – Graphe de l'évolution de la vitesse moteur lors d'un arrêt sans freinage.

Q17. En suivant la courbe de la figure 4, donner l'expression de la décélération $\frac{d\omega_m(t)}{dt}$ (en $\text{rad} \cdot \text{s}^{-2}$) pour $t \in [0; t_f]$ et justifier que la forme fournie confirme l'hypothèse simplificatrice sur l'équation (E_2).

Le couple résistant étant essentiellement dû aux frottements secs dans les contacts entre les pièces et à la pesanteur sur les nacelles en mouvement, on fait l'hypothèse qu'il est quasi constant : on pose donc $c_r(t) = c_{r0}$ à tout instant.

Q18. En déduire que, lors de la phase d'arrêt sans freinage pour laquelle l'alimentation est coupée (voir figure 4),

$$N_m(t) = \frac{30 c_{r0}}{\pi J_{\text{éq}}} t + N_0$$

Les valeurs relevées depuis un fonctionnement en phase de montée pour lequel la vitesse de rotation initiale est $N_0 = 1267 \text{ tours} \cdot \text{min}^{-1}$ (l'indication « 0⁻ » correspond à l'instant juste avant $t = 0$) sont les suivantes :

$$\text{nacelles vides : } \begin{cases} t_f = 10,3 \text{ s} \\ I(t = 0^-) = 360 \text{ A} \end{cases} \quad \text{nacelles chargées : } \begin{cases} t_f = 8,9 \text{ s} \\ I(t = 0^-) = 520 \text{ A} \end{cases}$$

Q19. Réécrire l'équation (E_2) dans la phase stabilisée avant $t = 0$. Déterminer les valeurs du couple résistant à vide (c_{r0-v}) et en charge (c_{r0-c}). Déterminer finalement l'expression de l'inertie équivalente $J_{\text{éq}}$ et ses valeurs numériques à vide ($J_{\text{éq-v}}$) et en charge ($J_{\text{éq-c}}$).

II – Obtention de la vitesse angulaire depuis la mesure de position

- Objectif

Le signal de la mesure de la vitesse d'évolution des nacelles est très bruité, rendant son utilisation problématique : le but de cette partie est l'étude du traitement numérique utilisé pour rendre exploitable le signal.

La vitesse angulaire du moteur est mesurée par une dynamo tachymétrique montée directement sur l'arbre moteur.

Q20. Expliquer en quelques mots le principe de fonctionnement d'une dynamo tachymétrique.

La courbe obtenue lors d'une phase d'évolution à vitesse constante en utilisant la dynamo tachymétrique implantée de gain $k_{dt} = 0,06 \text{ V} \cdot \text{min} \cdot \text{tours}^{-1}$ est fournie sur le graphe supérieur de la figure 5.

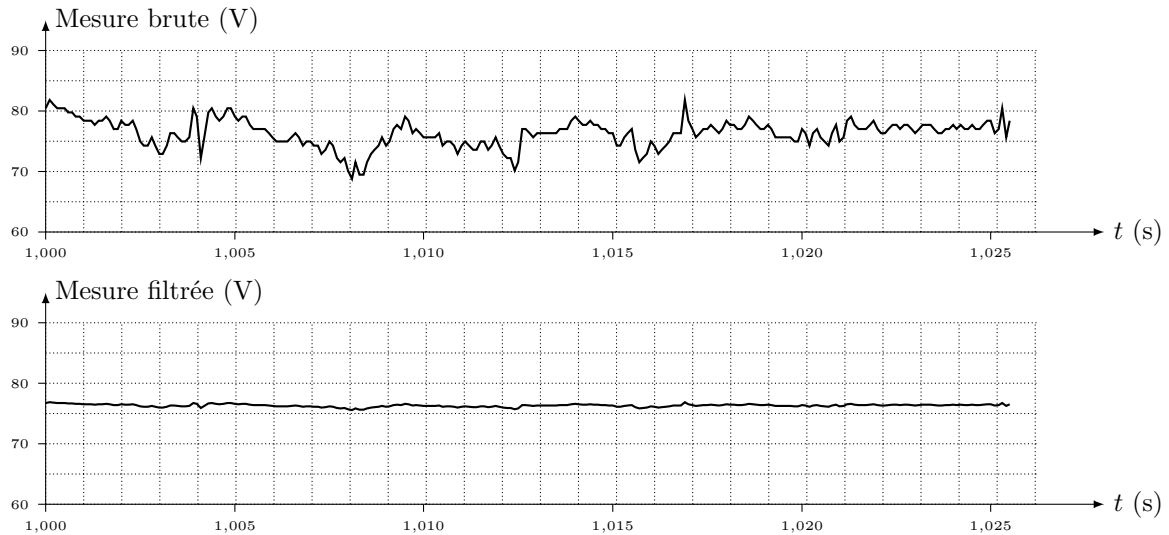


Figure 5 – Courbe de la tension issue de la dynamo tachymétrique, mesurée par un oscilloscope de terrain de période de mesure $T_e = 100 \mu\text{s}$ puis courbe après traitement par le filtre du 2^e ordre au régime critique placé en entrée du variateur dont la forme est fournie sur la figure 6 (gain unitaire et constante de temps τ).

Par ailleurs, par la chaîne cinématique de gain constant, la vitesse v du câble, en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, est proportionnelle à la vitesse de rotation N_m du moteur, en $\text{tours} \cdot \text{min}^{-1}$.

Q21. Estimer la fluctuation de vitesse mesurée par la dynamo tachymétrique, en $\text{tours} \cdot \text{min}^{-1}$. La vitesse de rotation du moteur électrique étant de $1267 \text{ tours} \cdot \text{min}^{-1}$, en déduire la fluctuation, en pourcentage, de la vitesse v du câble et la comparer aux exigences (voir figure 2 page 2).

Ce signal très bruité étant inexploitable pour l'asservissement étudié dans la suite, un filtrage est réalisé à l'entrée du variateur de vitesse par un deuxième ordre au régime critique (voir figure 6).

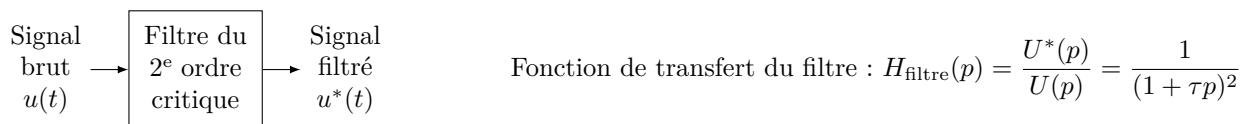


Figure 6 – Filtrage du signal brut par un deuxième ordre au régime critique.

Q22. À partir de la fonction de transfert $H_{\text{filtre}}(p)$ du filtre, déterminer l'équation différentielle reliant l'entrée $u(t)$ à la sortie $u^*(t)$ et ses dérivées première $\dot{u}^*(t)$ et seconde $\ddot{u}^*(t)$.

La technologie du filtre est numérique de période de calcul $T_e \ll \tau$.

L'opération de filtrage est implémentée dans le calculateur sous la forme d'une équation de récurrence reliant les grandeurs d'entrée et de sortie à des instants discrets $t_i = iT_e$, $t_{i-1} = (i-1)T_e$, etc.

On rappelle l'écriture « à gauche » de l'approximation de la dérivée pour une fonction $f(t)$ à l'instant $t_i = iT_e$:

$$\frac{df}{dt}(t_i) = \frac{f_i - f_{i-1}}{T_e} \quad \text{où } f_i = f(t_i) \text{ et } f_{i-1} = f(t_{i-1})$$

Q23. Déterminer l'équation de récurrence reliant la sortie filtrée u_i^* à l'instant $t_i = iT_e$ à l'entrée u_i au même instant et à la sortie filtrée aux instants $t_{i-1} = (i-1)T_e$ et $t_{i-2} = (i-2)T_e$ et l'écrire sous la forme

$$u_i^* = a_0 u_i + a_1 u_{i-1}^* + a_2 u_{i-2}^*$$

où les trois constantes a_0 , a_1 et a_2 sont à exprimer en fonction du facteur $x = \frac{\tau}{T_e}$.

Q24. Citer l'avantage principal de la solution numérique par rapport à un filtre analogique.

III – Pilotage du moteur en phase de démarrage en charge maximale

- Objectif

Pour envisager l'évolution de la technologie de la motorisation à courant continu (MCC) vers une motorisation asynchrone (MAS), il est nécessaire d'analyser la capacité en courant et les possibilités de pilotage du variateur actuel : le but de cette partie est d'estimer certaines de ses valeurs caractéristiques afin de maîtriser les critères d'évolution.

III.1 – Détermination de la capacité en courant du variateur implanté

Le démarrage le plus rapide permis par le constructeur est tel que le câble porteur atteigne la vitesse $v_n = 5,08 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, avec une accélération constante de $\gamma_{\max} = 0,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ pendant un temps t_{acc} puis reste à cette vitesse constante.

Q25. Tracer l'allure de la courbe de vitesse v des nacelles pour $t \in [0; t_{\text{acc}}]$ puis pour $t \geq t_{\text{acc}}$. Calculer le temps d'accélération t_{acc} et le comparer à l'exigence Id = "1.2" (voir figure 2 page 2).

Conformément à ce qui a été trouvé précédemment, la loi d'évolution dynamique du système (Σ) est :

$$M_{\text{éq}} k_{\text{tp}} \gamma = k i - c_r$$

avec $\gamma = \frac{dv}{dt}$ l'accélération en $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ et i l'intensité consommée dans l'induit qui, par sécurité, ne doit pas dépasser la valeur nominale $i_{\text{nom}} = 1064 \text{ A}$, la constante de couple ayant pour valeur $k = 3 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$.

Dans une phase de fonctionnement normal, la masse équivalente rapportée au câble est estimée à une valeur maximale de $M_{\text{éq}} = 65$ tonnes et le couple résistant équivalent à l'axe moteur vaut $c_r = 1800 \text{ N} \cdot \text{m}$.

Indépendamment de ce qui a été obtenu précédemment, on prend $k_{\text{tp}} = 40 \text{ mm} \cdot \text{rad}^{-1}$.

Q26. Tracer la courbe de l'intensité consommée dans chacune de ces deux phases et vérifier que l'intensité maximale n'est jamais atteinte dans ce pilotage contraignant.

III.2 – Du variateur actuellement implanté à une nouvelle technologie de motorisation

Le variateur est un redresseur triphasé de marque SIEMENS et de référence SIMOREG DC Master. Il est alimenté par un réseau triphasé 226 V/391 V et alimente le moteur à courant continu, sous tension réglable l'induit et sous tension fixe l'inducteur. La tension d'induit $\langle U_m \rangle$ en sortie du variateur est donnée par la formule

$$\langle U_m \rangle = \frac{3}{\pi} U_{\max} \cos \psi \quad \text{où : } \begin{cases} U_{\max} \text{ (en V) est la tension composée maximale du réseau} \\ \psi \text{ (en rad) modélise le retard à l'amorçage de la partie puissance} \end{cases}$$

Q27. Déterminer la valeur de ψ afin d'obtenir la tension nominale d'alimentation du moteur.

Q28. Exprimer la vitesse de rotation $N_{\text{m-rp}}$, en tours $\cdot \text{min}^{-1}$, atteinte par le moteur en régime permanent en fonction des grandeurs ψ , U_{\max} , R , I et k .

Q29. Répondre sur le document réponse DR4. L'inducteur de la machine à courant continu (MCC) implantée est alimenté par un redresseur monophasé non commandé : choisir, en le justifiant rigoureusement dans la zone prévue à cet effet, la courbe correspondante (signal A, B ou C). Indiquer à quelles technologies correspondent les deux autres courbes.

Q30. Quel paramètre permet de faire varier la vitesse de rotation du moteur à courant continu (MCC) avec ce variateur ? Sera-t-il le même si on remplace la machine à courant continu actuellement implantée dans le téléphérique par un moteur asynchrone (MAS) ? Si ce n'est pas le cas, quel serait alors ce paramètre ?

Q31. Quelle devrait être la stratégie de commande du moteur asynchrone (MAS) afin d'avoir le maximum de couple au démarrage ?

Partie D – Étude de la sous-exigence « maintenir la vitesse des nacelles la plus régulière possible » de l'exigence 1.2

- Objectif

Afin de répondre au mieux aux exigences Id = '1.2' (voir figure 2 page 2), il est nécessaire d'asservir la vitesse de déplacement des nacelles par un choix et réglage approprié du correcteur : c'est l'objet de cette partie.

Le schéma-bloc de l'asservissement de la vitesse de déplacement des nacelles est fourni figure 7 où le filtre numérique étudié précédemment est assimilé à un gain unitaire car sa constante de temps τ est très petite et a donc une influence négligeable sur les performances de l'asservissement.

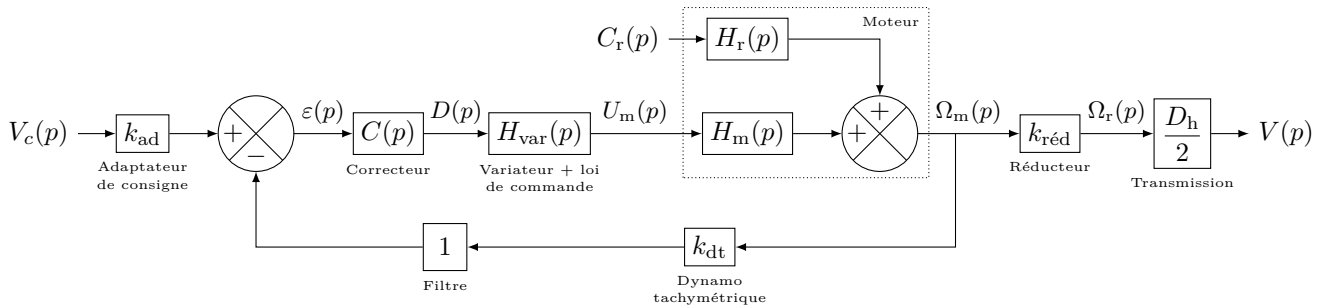


Figure 7 – Schéma-bloc de l'asservissement de la vitesse de déplacement $v(t)$ des nacelles.

Q32. Le gain k_{ad} de l'adaptateur de consigne est réglé pour que l'écart ε soit nul quand l'erreur $\zeta = v_c - v$ l'est, soit quand $v = v_c$ (la vitesse de déplacement des nacelles est égale à celle de consigne) : déterminer l'expression du gain k_{ad} de l'adaptateur de consigne en fonction du gain k_{dt} de la génératrice tachymétrique et de certaines autres grandeurs du schéma-bloc de la figure 7.

Le comportement statique du variateur est modélisé par un gain pur.

Pour le comportement dynamique, on constate qu'une variation de la commande se répercute sur la tension continue u_m seulement après un certain de temps de retard T_v qui peut, en première approximation, être modélisé par un premier ordre de constante de temps égale à la moitié du retard (approximation dite « de Padé »).

La fonction de transfert du variateur et de sa loi de commande est donc approchée par la forme suivante :

$$H_{var}(p) \simeq \frac{K_v}{1 + \frac{T_v}{2}p}$$

Q33. Déterminer l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte $H_{bo}(p)$ de l'asservissement de la figure 7 dans le cas d'une correction unitaire ($C(p) = 1$). Préciser la classe de cette fonction de transfert.

On souhaite que le système soit à la fois précis à une consigne d'accélération constante et insensible à une perturbation constante (erreur nulle dans les deux cas) et, pour que cette exigence soit respectée, on propose trois correcteurs :

$$C_1(p) = K_p \quad C_2(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i p}\right) \quad C_3(p) = \frac{K_p}{p} \left(1 + \frac{T_d p}{1 + T_f p}\right)$$

avec le gain $K_p > 0$ et les constantes de temps $T_i > 0$, $T_d > 0$ et $T_f > 0$ ($T_f \ll T_d$ pour le filtrage à haute fréquence).

Q34. Quel(s) correcteur(s) peu(ven)t être utilisé(s) pour respecter les exigences de précision et d'insensibilité aux perturbations du cahier des charges (la réponse doit être rigoureusement justifiée) ?

On choisit le correcteur $C_2(p)$ précédemment proposé avec $T_i = \frac{T_v}{2} = 5$ s, valeur déterminée par une pré-étude.

L'objectif est maintenant de régler la valeur du gain K_p afin d'avoir une marge de gain $MG \geq 12$ dB et une marge de phase $M\varphi \geq 60^\circ$, valeurs importantes qui assurent une absence totale d'oscillations transitoires. Le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte pour la valeur $K_p = 1$ est fourni dans le document réponse DR5.

Q35. Répondre sur le document réponse DR5. Dans la zone prévue à cet effet, donner la valeur minimale du gain K_p qui permette de respecter l'exigence d'amortissement définie par les valeurs des marges de stabilité en justifiant la démarche et en laissant les tracés nécessaires sur le graphe fréquentiel.

Partie E – Synthèse

- Objectif

Les étapes précédentes ont permis de déterminer les valeurs en termes de puissance, pilotage et asservissement du système actuellement implanté, motorisé par une machine à courant continu (MCC).

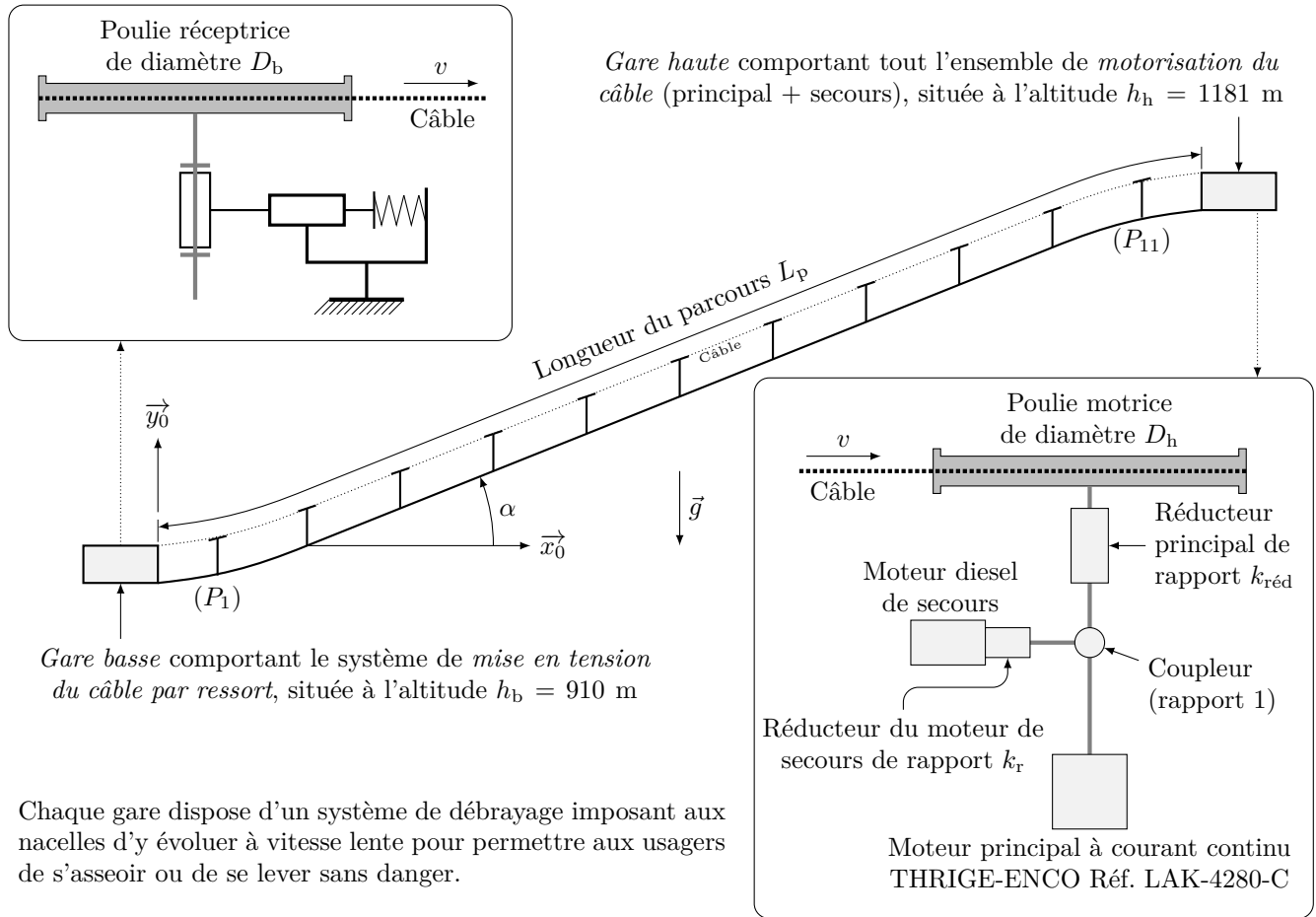
Bien que très fiable, cette technologie ancienne pose des problèmes de maintenance (voir question **Q36**) et, comme évoqué tout au long du sujet, la station de La Bresse - Hohneck envisage son remplacement par un moteur asynchrone (MAS) bien plus courant actuellement : l'objet de cette partie est de justifier l'évolution technologique actuelle observée sur les remontées mécaniques et de choisir la référence adéquate d'un moteur asynchrone.

Q36. Quel est l'avantage principal du point de vue maintenance d'un moteur électrique asynchrone (MAS) par rapport à un moteur électrique à courant continu à excitation indépendante (MCC) ?

Q37. En utilisant le tableau fourni sur la dernière page de l'énoncé et les calculs faits précédemment :

- (a) choisir le moteur asynchrone (MAS) qui permettrait de remplacer le moteur à courant continu (MCC) initialement implanté dans le télésiège (la démarche de choix doit être clairement justifiée) ;
- (b) choisir le couplage du moteur asynchrone adapté au réseau triphasé disponible ;
- (c) en déduire la valeur du facteur de sécurité s sur le dimensionnement pour ce nouveau moteur (définition question **Q14** page 5) puis, en supposant l'absence de contraintes techniques d'implantation, conclure quant à la pertinence d'évolution de la technologie du moteur dans le cas du télésiège Vologne Express ;
- (d) et indiquer ce qu'il faudrait modifier sur la chaîne de puissance pour que le moteur asynchrone choisi fonctionne avec un glissement minimal autour de sa vitesse nominale.

Synoptique du télésiège débrayable Vologne Express



Notations et données numériques des grandeurs utilisées dans le sujet

Grandeur	Notation	Valeur
Environnement du télésiège		
– longueur du parcours entre gares	L_p	1217 m
– pente de référence moyenne	α	$12,9^\circ$
Vitesses des nacelles fixées au câble		
– fonctionnement normal (référence d'utilisation)	v_n	$5,08 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
– fonctionnement à vitesse réduite (vent trop fort, etc.)	v_r	$3,52 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
– fonctionnement de secours avec le moteur thermique	v_s	$1,25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
Poulies		
– diamètre de la poulie en gare basse	D_b	4,1 m
– diamètre de la poulie en gare haute	D_h	4,6 m
– moment d'inertie autour de son axe de la poulie en gare basse	J_b	$16\,200 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
– moment d'inertie autour de son axe de la poulie en gare haute	J_h	$25\,700 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
Charge à déplacer		
– masse d'une nacelle + système de fixation sur le câble	M_n	110 kg
– masse maximale de la charge par nacelle	M_c	650 kg
– masse linéique du câble	λ	$7,81 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1}$
– accélération de la pesanteur	g	$9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
Moteur à courant continu + réducteur (motorisation principale)		
– tension nominale	$u_m \text{ nom}$	400 V
– vitesse nominale	$N_m \text{ nom}$	$1267 \text{ tours} \cdot \text{min}^{-1}$
– puissance nominale	$\mathcal{P}_m \text{ nom}$	415 kW
– moment d'inertie du rotor autour de son axe	J_m	$23 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
– réducteur à engrenages principal	$k_{\text{réd}}$	$1 / 60,07$
Moteur diesel + réducteur (motorisation de secours)		
– vitesse maximale du moteur	$N_s \text{ max}$	$3000 \text{ tours} \cdot \text{min}^{-1}$
– réducteur à engrenages du moteur	k_r	$1 / 7,04$

Extrait du catalogue GAMAK pour les moteurs asynchrones 400 V/ 690 V de forte puissance, valeurs nominales des grandeurs (rpm = tours · min⁻¹).



Grandeurs Unités	Puissance kW	Vitesse rpm	Intensité A	Couple N · m	cos φ —	Rendement %	Inertie rotor kg · m ²	Masse kg
Deux pôles								
GMM2E 355 M 2b	315	2980	530	1009,5	0,90	95,0	4,1	1300
GMM2E 355 M 2c	355	2980	600	1137,7	0,90	95,0	4,5	1360
GMM2E 355 L 2d	400	2980	670	1281,9	0,91	95,0	4,7	1520
GMM 355 L 2e	450	2980	750	1442,1	0,91	95,0	5,3	1630
Quatre pôles								
GMM2E 355 M 4b	315	1490	560	2019,0	0,85	95,1	6,0	1400
GMM2E 355 M 4c	355	1490	630	2275,3	0,86	95,1	6,5	1438
GMM2E 355 L 4d	400	1490	710	2563,8	0,86	95,1	7,2	1639
GMM 355 L 4e	450	1490	800	2884,2	0,85	95,4	8,2	1740
GMM 355 L 4f	500	1490	890	3204,7	0,85	95,1	9,1	1850
Six pôles								
GMM2E 355 L 6d	315	960	580	3038,6	0,83	95,0	10,7	1746
GMM2E 355 L 6e	355	960	650	3424,5	0,83	95,0	11,7	1890
GMM2E 400 L 6b	400	960	740	3839,2	0,82	95,0	19,6	2575
GMM 400 L 6c	450	995	840	4319,1	0,81	95,4	26,6	2705
GMM 400 L 6d	500	995	920	4799,0	0,82	95,4	29,2	2855

◇ Fin ◇



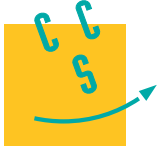
Numéro de place

Numéro d'inscription

Signature

Nom

Prénom



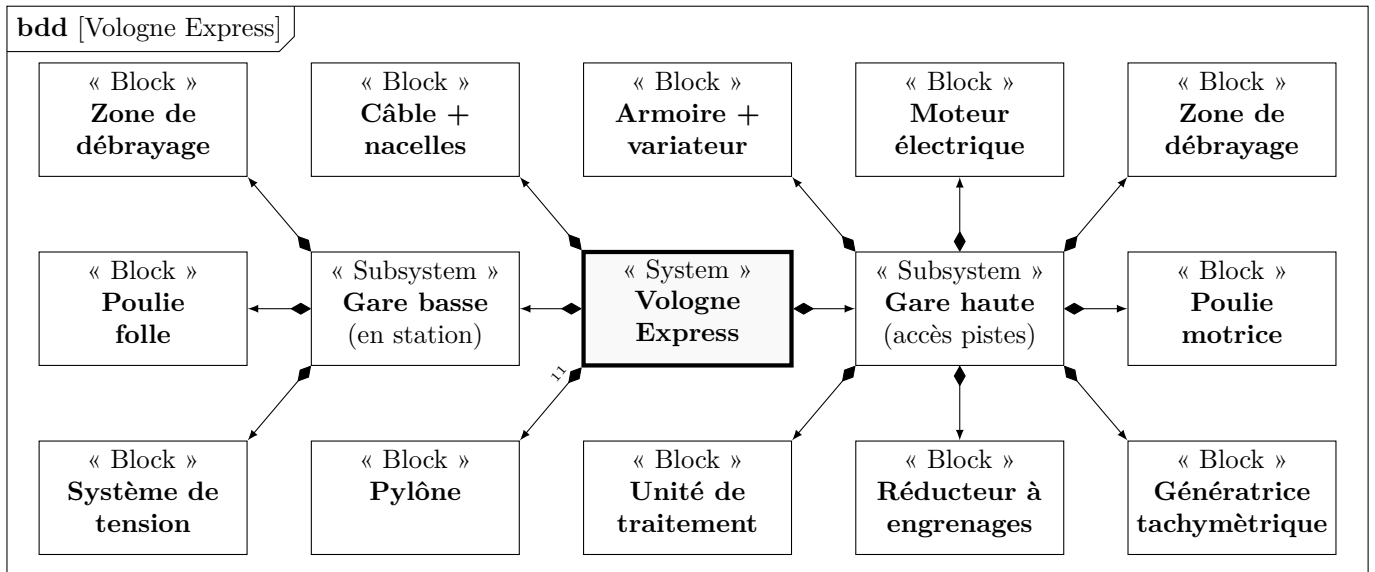
CONCOURS CENTRALE-SUPÉLEC

Épreuve : S2I TSI

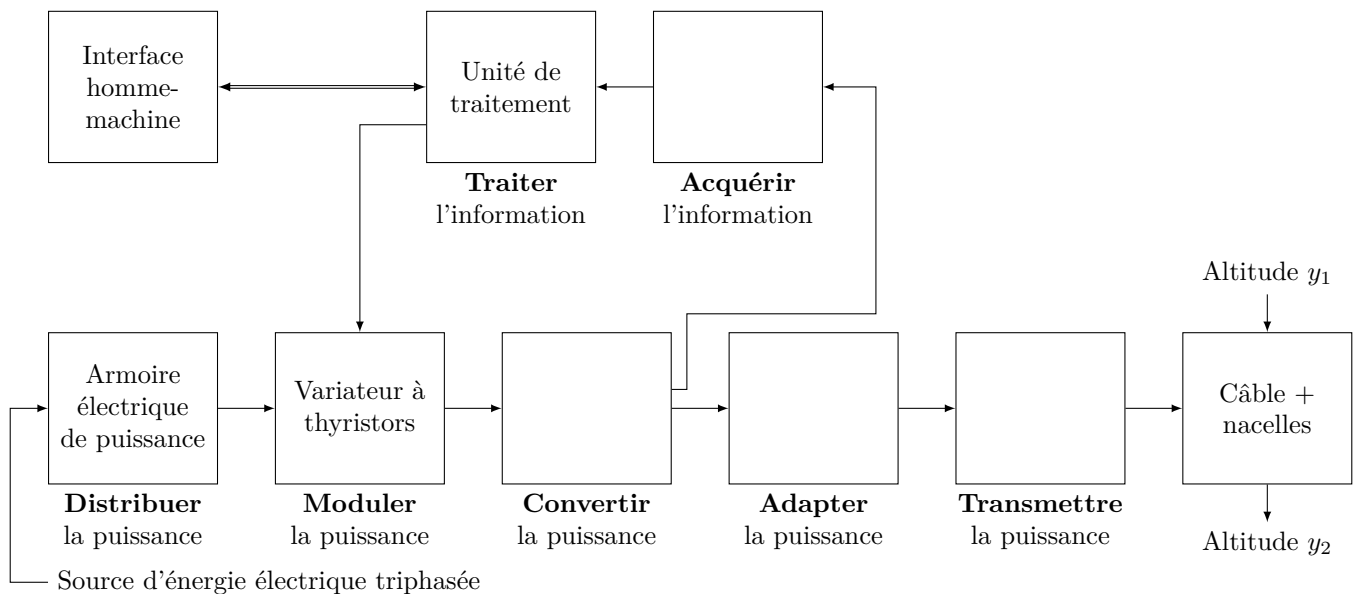
Ne rien porter sur cette feuille avant d'avoir complètement rempli l'entête

Feuille

Diagramme de définitions de blocs (*Block Definition Diagram*, identifiant bdd) partiel du télésiège.



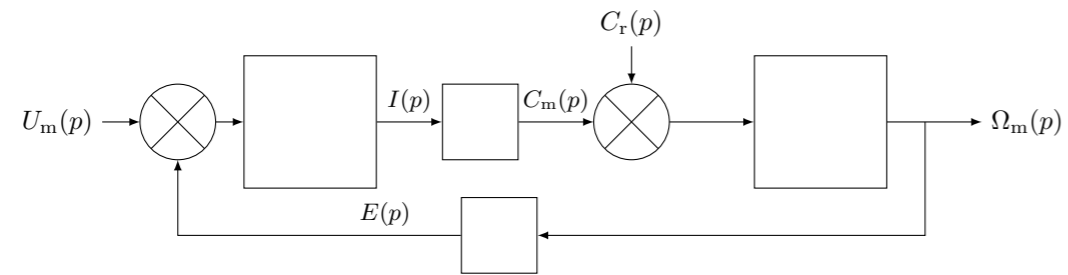
DR1 — Description en chaînes fonctionnelles de l'asservissement de vitesse du câble tracteur par le système de motorisation implanté dans la gare haute.



~~Ne rien écrire dans la partie barrée~~

DR S026 - 8 janvier 2026 - 16 :36

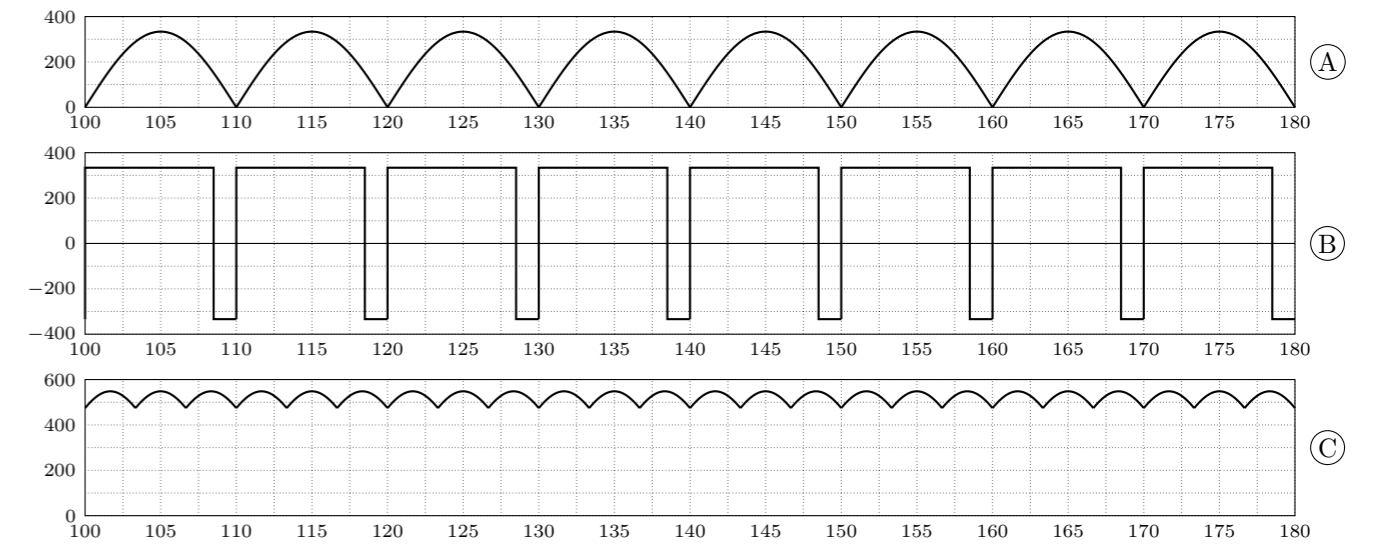
DR2 — Schéma-bloc à compléter (fonctions de transfert + opérations dans les sommateurs).



Justifications des blocs et détermination des fonctions de transfert

import
 A =
 B =
 X =

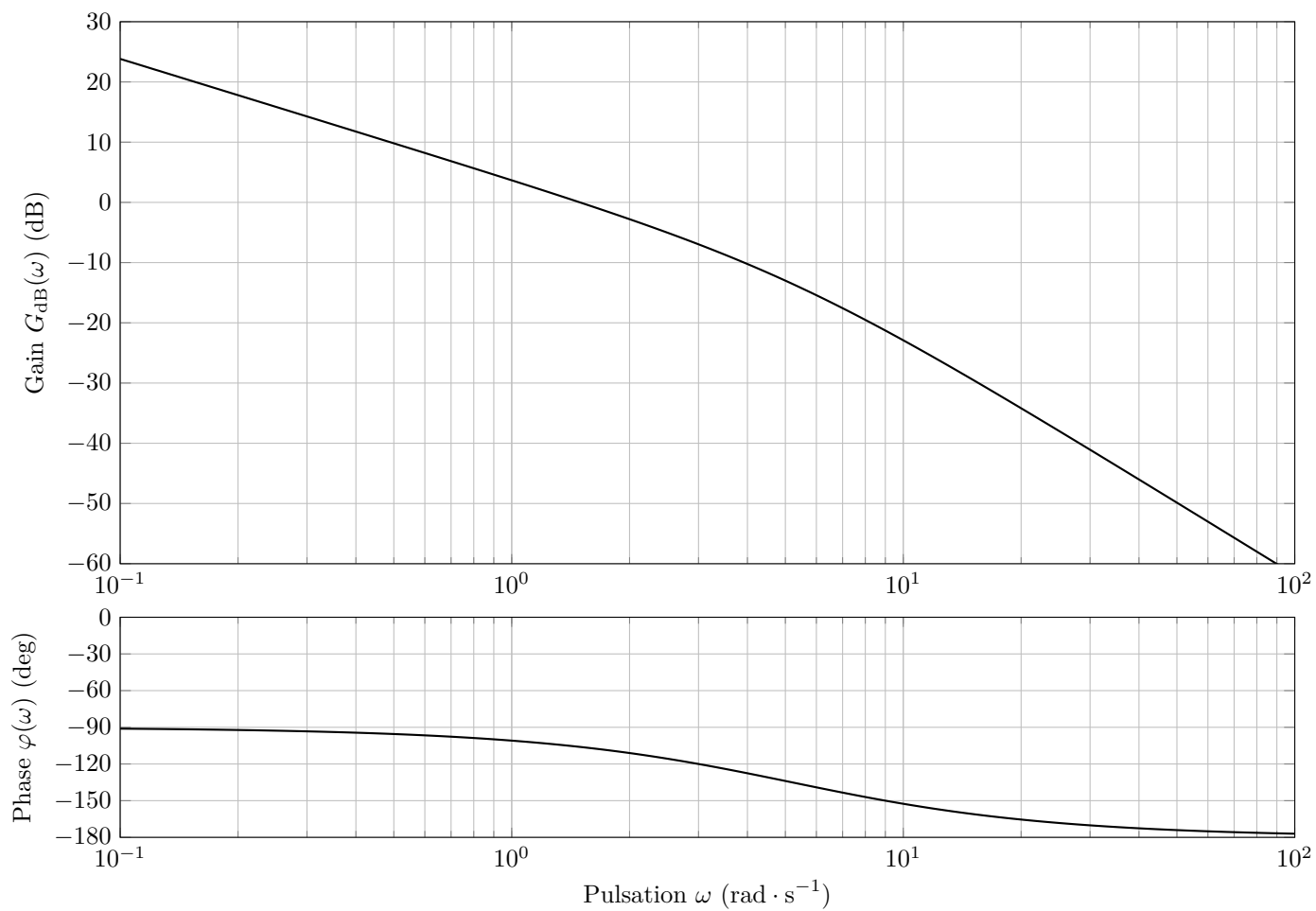
DR4 — Courbes possibles pour l'alimentation de l'inducteur de la machine à courant continu



DR3 — Identification de la résistance de la constante de couple par mesure sur site.

Explications

DR5 — Réglage du correcteur de l'asservissement de vitesse des nacelles.



Réglage du gain K_p

